УДК 74.262.21

CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASINI YECHISHDA TESKARI MATRITSADAN FOYDALANISH

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ ПРИ РЕШЕНИИ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

USING THE INVERSE MATRIX IN SOLVING A SYSTEM OF LINEAR EQUATIONS

Zaparov Ziyadilla Abdumalikovich

Andijon qishloq xo‘jaligi va agrotexnologiyalar instituti katta o‘qituvchisi,

Запаров Зиядилла Абдумаликович

старший преподаватель Андижанского института сельского хозяйства и агротехнологий,

Zaparov Ziyadilla Abdumalikovich

Senior teacher of Andijan Institute of Agriculture and Agro-Technology

Annotatsiya. Ushbu maqolada chiziqli tenglamalar sistemasini yechish haqida so‘z boradi. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning bir necha usullari mavjud bo‘lib, biz teskari matritsa yordamida yechish usulini ko‘rib chiqamiz.

Аннотация. Эта статья о решении системы линейных уравнений. Существует несколько способов решения системы линейных уравнений, и мы рассмотрим метод решения обратной матрицы.

Annotation. This article is about solving a system of linear equations. There are several ways to solve a system of linear equations, and we will consider the inverse matrix solution method.

Kalit so‘zlar: Chiziqli tenglamalar sistemasi, Trivial yechim, fundamental yechimlar sistemasi, birgalikdagi CHTS, birgalikda bo‘lmagan CHTS, ekvivalent CHTS, Kramer formulalari , matritsalar usuli.

Ключевые слова. Система линейных уравнений, Тривиальное решение, система фундаментальных решений, система совместных линейных уравнений, система несовместных линейных уравнений, система эквивалентных линейных уравнений, формулы Крамера, матричный метод.

Keywords. System of linear equations, Trivial solution, system of fundamental solutions, system of joint linear equations, system of non-joint linear equations, system of equivalent linear equations, Cramer formulas, matrix method.

Kirish.

Avvalo chiziqli tenglamalar sistemasiga ta’rif beramiz:

Ta’rif. n noma’lumli m ta ***chiziqli tenglamalar sistemasi*** deb quyidagi ko‘rinishdagi sistemaga aytiladi:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + a_{k3}x_3 + \cdots + a_{kn}x_n = b_k \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \quad (1)$$

Bu yerda a_{ij} va b_i ($i=\overline{1,m}$; $j=\overline{1,n}$) –berilgan va ixtiyoriy o‘zgarmas sonlar bo‘lib, a_{ij} sonlari (1) sistemaning ***koeffitsiyentlari***, b_i esa ***ozod hadlari*** deyiladi. Bu sistemada x_j ($j=1, 2, \ldots, n$) noma’lumlar bo‘lib, ularning qiymatlarini topish talab etiladi.[1,2]

Yig‘indi belgisi yordamida (1) sistemani qisqacha quyidagicha yozish mumkin:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i, \quad i = 1, 2, \cdots, m. \quad (2)$$

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODOLOGIYA

Endi (1) yoki (2) chiziqli tenglamalar sistemasining a_{ij} koeffitsiyentlaridan tuzilgan to‘rtburchakli A matritsani , x_j noma’lumlar va b_i ozod hadlardan hosil qilingan X va B ustun matritsalarni kiritamiz:

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad X=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{pmatrix}^T, \quad B=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \qquad (3)$$

Unda, matritsalarni ko‘paytirish amalidan foydalanib, (1) sistemani ixcham va qulay bo‘lgan quyidagi matritsaviy ko‘rinishda yozish mumkin:

$$AX=B\,. \qquad (4)$$

MUHOKAMA VA NATIJALAR

<u>Ta’rif:</u> (1) yoki (2) chiziqli tenglamalar sistemaning ***yechimi*** deb shunday $x_1=\alpha_1$, $x_2=\alpha_2$, …, $x_n=\alpha_n$ sonlarga aytiladiki, ular tenglamalar sistemasiga qo‘yilganda har bir tenglama qanoatlantiriladi, ya’ni to‘gri tenglikka aylanadi.

Sistemaning yechimlari

$$X=\begin{pmatrix}\alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_k & \cdots & \alpha_n\end{pmatrix}^T$$

ustun matritsa ko‘rinishda yozilsa, u (4) matritsaviy tenglamani to‘gri tenglikka aylantiradi. Bunda n-ta sondan tuzilgan X ustun matritsa sistemaning bitta yechimi bo‘lib hisoblanadi.

Masalan,

$$\begin{cases} 3x_1+2x_2-x_3=-6 \\ 2x_1-5x_2+4x_3=32 \end{cases} \qquad (5)$$

n=3 noma’lumli m=2 ta tenglamalar sistemasi uchun $x_1=1$, $x_2=-2$ va $x_3=5$ yoki

$$X=\begin{pmatrix}1 & -2 & 5\end{pmatrix}^T$$

ustun matritsani tashkil etgan sonlar yechim bo‘ladi. Haqiqatan ham bu sonlarni berilgan (5) sistema tenglamalariga qo‘ysak,

$$\begin{cases} 3x_1+2x_2-x_3=3\cdot1+2\cdot(-2)-5\equiv-6 \\ 2x_1-5x_2+4x_3=2\cdot1-5\cdot(-2)+4\cdot5\equiv32 \end{cases}$$

to‘gri tengliklarga ega bo‘lamiz.

Sistemaning yechimini mavjudligini tekshirish va, yechim mavjud bo‘lgan taqdirda, uni topish ***sistemani yechish*** deb ataladi.Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishda uch hol bo‘lishi mumkin.[2,3]

1-hol. Sistema yechimga ega va bu yechim yagona. Masalan,

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = -14 \\ 2x_1 - 3x_2 = 19 \end{cases}$$

sistema uchun x_1=2 va x_2= –5 yagona yechim bo‘ladi.

2-hol. Sistema yechimga ega va bu yechim bittadan ortiq. Masalan, yuqoridagi (5) sistema uchun ko‘rsatilgan yechimdan tashqari x_1= –5, x_2=26 va x_3=43 ham yechim bo‘lishini bevosita tekshirish mumkin.

3-hol. Sistema yechimga ega emas. Masalan,

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$$

sistema yechimga ega emas, chunki yig‘indisi bir paytning o‘zida ham 1, ham 0 bo‘ladigan sonlar mavjud emas.[5]

Ta’rif: Agar chiziqli tenglamalar sistemasi hech bo‘lmaganda bitta yechimga ega bo‘lsa, u holda bu sistema ***birgalikda*** deyiladi; agar yechimga ega bo‘lmasa sistema ***birgalikda emas*** deyiladi. Birgalikdagi tenglamalar sistemasi yagona yechimga ega bo‘lsa, u ***aniq*** deyiladi; bittadan ortiq yechimga ega bo‘lsa, u ***aniqmas*** tenglamalar sistemasi deyiladi.

Berilgan (1) tenglamalar sistemasini birgalikda yoki birgalikda emasligini aniqlash uchun uning koeffitsiyentlaridan tuzilgan (3) $m\times n$ tartibli A matritsaga B ozod hadlar ustunini birlashtirishdan hosil bo‘lgan $m\times(n+1)$ tartibli

$$A^b = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix} \qquad (6)$$

matritsani qaraymiz .[4]

Ta’rif: A^b matritsa A matritsaning ***kengaytirilgani*** deb ataladi.

a)**. Matritsalar usuli.** Bu usulda sistemaning matritsaviy ko‘rinishda yozilgan (4) ifodasidan foydalaniladi. Bunda r(A)=n shartdan sistemaning n – tartibli A kvadrat matritsasi maxsusmas ekanligi kelib chiqadi, chunki matritsa rangi ta’rifiga asosan $\Delta=|A|\neq 0$ bo‘ladi. Bu holda A matritsaga teskari matritsa A^{-1} mavjud va (4) matritsaviy tenglamaning ikkala tomonini unga chap tomondan ko‘paytirish mumkin. Natijada, teskari matritsa ta’rifi va birlik matritsa xossasidan foydalanib, ushbu formulani hosil qilamiz:

$$AX = B \Rightarrow A^{-1}AX = A^{-1}B \Rightarrow EX = A^{-1}B \Rightarrow X = A^{-1}B. \qquad (7)$$

(4) matritsaviy ko‘rinishdagi n noma’lumli chiziqli n ta tenglamalar sistemasi yechimini ifodalovchi (7) formula bir noma’lumli $ax=b$ ($a\neq 0$) chiziqli tenglamaning yechimini determinant $x=b/a=a^{-1}b$ formulaga o‘xshash ekanligini ta’kidlab o‘tamiz.[1]

Misol: Ushbu tenglamalar sistemasini matritsa usulida yeching:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 20 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = -11 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 9 \end{cases}$$

Yechish: Dastlab sistemaning A matritsasini yozib, uning determinantini hisoblaymiz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 3 & 4 & -2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \Delta = |A| = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 3 & 4 & -2 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 43 \neq 0 .$$

Demak A matritsa maxsusmas, unga teskari matritsa mavjud va uni hisoblab topamiz:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \frac{1}{43}\begin{pmatrix} 16 & 17 & -10 \\ -17 & -10 & 16 \\ 10 & -16 & 17 \end{pmatrix}.$$

Endi (7) formula bo‘yicha noma’lumlardan tuzilgan X ustun matritsani aniqlaymiz:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = A^{-1}B = \frac{1}{43}\begin{pmatrix} 16 & 17 & -10 \\ -17 & -10 & 16 \\ -10 & -16 & 17 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 20 \\ -11 \\ 9 \end{pmatrix} = \frac{1}{43}\begin{pmatrix} 43 \\ -86 \\ 129 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Demak, sistemaning yagona yechimi $x_1 = 1$, $x_2 = -2$, $x_3 = 3$ bo‘ladi.

XULOSA

Shunday qilib matritsalar usuli har qanday n noma’lumli n ta tenglamali aniq sistema yechimini oddiy va ixcham ko‘rinishdagi (7) formula bilan ifodalash imkonini beradi. Bu formula nazariy tadqiqotlar uchun qulaydir, ammo n oshib borishi bilan uning amaliy tatbiqi murakkablashib boradi. Bunga sabab shuki, bu holda A^{-1} teskari matritsani topish uchun yuqori tartibli determinantlarni hisoblashga to‘g‘ri keladi.

REFERENCES

1. Z.Zaparov, R.Jo‘raqulov – “O‘qitishda tajribalar: Soddalik va qiziqarlilik” Academic research in educational sciences volume 2 | ISSUE 2 | 2021, 700-706 betlar.

2. БА Кулматова, ДА Буранова, ЗА Запаров.-Способы защиты от интернет-мошенничества, Научно-методический журнал Academy 2019 г 78-80 ст.

3. З.Запаров., Б.Эгамбердиева «Адаптивная система обучения» Перспективы развития науки и образования в современных экологических условиях с. Соленое займище, 18–19 мая 2017 года. 1054-1056 ст.

4.https://staff.tiiame.uz/storage/users/685/presentations/V8uMRRlQFjSP4jwaowgABvKIJf010XE4JlBr01Bq.pdf

5. https://goaravetisyan.ru/uz/kak-reshit-uravnenie-s-pomoshchyu-obratnoi-matricy-lineinye-uravneniya/