

STEFAN MASALASINING UMUMIYLASHTIRILGAN BAYONOTI

Abdusaidov Sadriddin Umarali o'g'li

Assistant. Jizzax Politehnika instituti.

Annotatsiya : Stefan masalasining $[T] = 0, (x, y, z) \in S$ va $T(x, y, z, t) = T^*$ shartlar issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasiga kirgan umumlashtirilgan bayonoti samarali hisoblash algoritmlarini qurish nuqtai nazaridan muxim ahamiyatga ega. Ushbu maqolada masalaga umumiy ta'rif berilgan

Kalit so'zlar: Issiqlik o'tkazuvchanlik, Stefan masalasi, Xarakatlanuvchi muhit, harakatchanlik, temperatura.

GENERALIZED STATEMENT OF THE STEFAN PROBLEM.

Abdusaidov Sadriddin Umaralievich

Assistant. Jizzakh Polytechnic Institute.

Abstract: The generalized statement of the Stefan problem, in which the conditions $[T] = 0, (x, y, z) \in S$ and $T(x, y, z, t) = T^*$ are included in the heat transfer equation, is of great importance in terms of building efficient computational algorithms. This article provides a general definition of the problem.

Keywords: Heat transfer, Stefan problem, Moving medium, mobility, temperature.

Qattiq jismlar - suyuqlik fazali o'zgarishlarni modellashtirishda asosiy shart fazali o'tish fazaviy o'tishning T o'zgarish temperaturasida sodir bo'lishidan iborat. Fazali o'tish fazalarni ajratish chegarasida sodir bo'lsig, bu chegarani S orqali belgilaymiz, bunda $S = S(t)$. Ushbu chegara Ω hisob sohasini ikkita qsim soxaga ajratadi. $\Omega^{+}(t)$ suyuq faza egallagan soha, bunda xarorat fazali o'tish haroratidan oshiq, $\Omega^{+}(t) = \{(x, y, z) \in \Omega, T(x, y, z, t) > T^*\}$ Mos ravishda $\Omega^{-}(t)$ qattiq faza egalagan soha,

$\Omega^{-}(t), \Omega^{-}(t) = \{(x, y, z) \in \Omega, T(x, y, z, t) < T^*\}$. Har bir aloxida fazada termofizik kattaliklar uchun shunga o'xshash belgilarni qo'llaymiz.

Issiqlik o'tkazuvchanlikning mos tenglamalarini yozib olamiz. Qattiq fazada quyidagiga ega bo'lamiz

$$(1) \quad c^{-} \rho^{-} \frac{\partial T^{-}}{\partial t} = \operatorname{div} \vec{q} + f^{-}, \quad (x, y, z, t) \in \Omega^{-}(t)$$

bunda $\Omega^{-\bar{t}=\bar{t}}$ suyuq fazada konvektivni hisobga olgan holda quyidagiga ega bo‘lamiz.

$$(2) \quad c^{+\bar{t}p^{+\bar{t}\bar{t}}\bar{t}} = \operatorname{div} \bar{t}\bar{t} + f^{+\bar{t}\bar{t}}, \quad (x, y, z, t) \in \Omega^{+\bar{t}\bar{t}}$$

Bizni S fazali o‘tish chegarasida shartlar qiziqtiradi. Avvalambor ushbu ikki muhit kontakti chegarasida haroratning uzluksizligi haqidagi farazlar o‘rinli, ya’ni

$$(3) \quad [T] = 0, \quad (x, y, z) \in S$$

Fazali o‘tish ma’lum sondagi jismlarni ajrati\ yutish bilan sodir bo‘ladi. Shuning uchun issiqlik oqimi fazali o‘tish chegarasida uzilishli va quyidagi kattalik bilan aniqlanadi

$$(4) \quad \left[k \frac{\partial T}{\partial n} \right] = -L V_n, \quad (x, y, z) \in S$$

bu erda L – fazali o‘tish entalpiyasi, V_n – fazali o‘tishning normal bo‘yicha xarakat tezligi chegarasi.

Yuqorida ta’kidlaganimizdek, fazali o‘tish o‘zgarmas T^* haroratda sodir bo‘ladi deb faraz qilinadi. Shuning uchun fazali o‘tish chegarasi S vaqtning xar bir momentida quyidagicha aniqlanadi:

$S=S(t)=\{(x, y, z) \in \Omega, T(x, y, z, t)=T^{\bar{t}}\}$ yoki boshqa shaklda, fazali o‘tish chegarasida birinchi tur shartlari bajarilgan:

$$(5) \quad T(x, y, z, t) = T^{\bar{t}}$$

(3) – (5) Stefan shartlari, (1), (2) tenglamalar uchun mos masala *Stefan masalasi* deb nomlanadi.

Stefan masalasining $[T] = 0, (x, y, z) \in S$ (3) va $T(x, y, z, t) = T^{\bar{t}}$ (5)

shartlar issiqlik o‘tkazuvchanlik tenglamasiga kirgan umumlashtirilgan bayonoti samarali hisoblash algoritmlarini qurish nuqtai nazaridan muxim ahamiyatga ega. Stefan masalasida vaziyat S faza chegarasining o‘zi noma’lumligi va uni topish kerakligi bilan murakkablashadi.

(3) – (5) shartli (1), (2) tenglamalardan issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamalaridan biriga o'tishni tushuntirib o'tamiz. (1), (2) tenglamani 2.3 qsimga muvofiq bitta tenglama ko'rinishda yozish mumkin

$$(9) c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \operatorname{grad} T \right) = \operatorname{div} (k \cdot \operatorname{grad} T) - \delta_s L V_n + f, \quad (x, y, z, t) \in Q$$

Faza fronti chegarasi yaqinida $(x' y' z' = \zeta)$ lokal ortogonal koordinatalar sistemasini kiritamiz, uning metrik koeffitsientlari birga teng. Ushbu chngi koordinatalarda δ - fuknsiya δ_s quyidagicha $\delta_s = \delta(x' - x'_0, \zeta)$, bunda $x' = x'_0$ tenglama S chegarani aniqlaydi. Shunga o'xshash erkin chegara harakati tezligi uchun $V_n = \frac{x'}{t}$ ga ega bo'lamiz. (5) Stefan sharti yangi koordinatalarda

$T = T(x', y', z', t, \zeta), T(x'_0, y', z', t) = T^\zeta$ mos ravishda buni hisobga olgan holda quyidagiga ega bo'lamiz:

$$(10) \quad \delta_s V_n = \delta(x' - x'_0) \frac{\partial x'}{\partial t} = \delta(T - T^\zeta) \frac{\partial T}{\partial t}$$

(10) ni (9) ga qo'yish qidirilayotgan tenglamaga olib keladi

$$(11) \quad \zeta \operatorname{div} (k \cdot \operatorname{grad} T) + f, \quad (x, y, z, t) \in Q$$

(10) tenglamaning o'ziga xosligi fazali o'tish chegarasining noma'lum chegarasi o'zi qatnashmaydi. Fazali o'tish issiqligini xisobga olish samarali issiqlik sig'imining berilishiga teng kuchli:

$$c_{\text{eff}} = \zeta c + p^{-1} L \delta(T - T^\zeta)$$

(11) issiqlik o'tkazuvchanlikning kvazichiziqli tenglamasi Stefan tipidagi masalalarni taqribiy yechishning samarali hisob amallari asosida yotadi.

Stefanning kvazistatsionar masalasi. Xarakatlanuvchi muhitda statsionar issiqlik maydoni qaralgan fazali o'tish qatnashgan mustaqil masalani belgilaymiz. Muxitning o'zgarmas xarakat tezligini v_0 orqali belgilaymiz va s vektor xarakat yo'nalishini aniqlasin. U xolda (11) tenglamada $v = v_0 = v_0 s$. Fazali o'tishni xisobga olgan xolda $T = T(x, y, z)$ statsionar issiqlik maydoni quyidagi tenglama bilan aniqlanadi

$$(12) \quad \left(c_p + L \delta(T - T^\zeta) \right) \frac{\partial T}{\partial s} = \zeta \operatorname{div} (k \cdot \operatorname{grad} T) + f, \quad (x, y, z, t) \in Q$$

Shu bilan birga Stefanning kvazistatsionar masalasi xar bir $\Omega^{+\zeta}$ va $\Omega^{-\zeta}$ alohida qsim sohada issiqlik maydoni (12) ikkinchi tur elliptik tenglama bilan ifodalanishi, fazali o'tish chegarasi xarakatsiz, ammo noma'lum.

Ko'pkomponentli muhitda fazali o'tishlar. Yuqorida ko'rib chiqilgan Stefan masalasi sof moddada fazali o'tish yuz bergan holatga tegishli. Moddalarning komponentli muhit aralashmalari bilan qotish / erish muammolari muhim ahamiyatga ega. Ikkita moddani eritish holatiga to'xtalamiz.

Ushbu holatda qotish muammosi fazali o'tish bir modda uchun bir temperaturada, ikkinchi modda uchun – biror boshqa temperaturada sodir bo'ladi (fazali o'tish temperaturalari farqlanadi). Shuning uchun moddaning bir qismi suyuq holda, ikkinchisi – qattiq holda bo'lgan temperaturalarning biror oralig'i (ikki fazali zona) mavjud.

0 indeksi birinchi moddaga, 1 – ikkinchisiga mos kelsin. S orqali ikkinchi modda konsentratsiyasini belgilaymiz. Ushbu holat sxematik fazali holat diagrammasida aks ettirilgan. S=0 va C=1da (faqat bitta modda qatnashadi) fazali o'tish berilgan fazali o'tish temperaturasida sodir bo'ladi (T va T mos ravishda). Biror oraliq S konsentratda qotish biror T (S) temperaturada (*likvidus temperaturasi*) va (*solidus temperaturasi*) T(S)temperaturada to'liq yakunlanadi. SHunday qilib, binar eritmaning qotishning sodda modeli shu xarakterli temperaturalar oralig'ining berilishiga asoslanishi mumkin.

Ω xisoblash soxasi endi uchta qism sohadan iborat bo'ladi. Avvalgidek, suyuq faza egallagan $\Omega^{+\zeta(t)}$ soha, $\Omega^{-\zeta(t)}$ qattiq faza egallagn soha va $\Omega^{\pm}(t)$ ikkala faza xam mavjud bo'lganda qotish sodir bo'ladigan soha: $\Omega^{\pm}(t)$ $\Psi(T)$ orqali T temperaturada qattiq faza ulushini belgilaymiz. Unda butun soha uchun issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini quyidagicha yozish mumkin

$$(13) \quad (cp - L - \frac{\psi}{T} \zeta \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \text{grad} T \right)) = \zeta \text{div}(k \cdot \text{grad} T) + f, \quad (x, y, z, t) \in Q$$

Tabiiyki, (13) tenglamadan sof modda uchun (11) tenglama kelib chiqadi, qachonki

$$\Psi(t) = \begin{cases} 1, & T < T^{\zeta} \\ 0, & T \geq T^{\zeta} \end{cases}$$

shu bilan birga $T^{\zeta} = T_{liq} = T_{sol}$ (13) tenglama ikki fazali zonaning eng sodda kvazimuvozanatli modeli asosida yotadi.

Muayyan jarayonlarni modellashtirishda ikki fazali zona eni (masalaning xarakterli chiziqli o'lchamlariga nisbatan) kichchikligi xaqidagi faraz o'rinli bo'lishi mumkin. Shuning uchun fazali o'tish temperaturasi $T^i = T_{liq} = T_{sol}$ konsentratsiyaga berilgan bog'lanish xaqida soda faraz bilan cheklanish mumkin:

$$(14) \quad T(x, y, z, t) = T^i(C'), \quad (x, y, z) \in S(t)$$

Eritmalarni modellashtirishda ko'pincha moddaning fazali o'tish xisobiga (ayniqsa subq fazada) aralashmaning qayta taqsimlanishini qarab chiqish zarur. Bunga batafsil to'xtalmasdan xarakterli masala sifatida tor ikki fazali zonali masalani ta'kidlaymiz. Issiqlik maydoni (14) ga muvofiq aniqlangan fazali o'tish chegarasi S da (3), (4) shartlar bilan to'ldirilgan (1), (2) tenglamalar bilan tavsiflanadi.

ADABIYOTLAR

1. Федоткин И.М., Воробьев Е.И., Вьюн В.И. Гидродинамическая теория фильтрования суспензией. Киев:Вища. шк.,Головное изд-во.1986. -166с
2. Федоткин И.М. Математическое моделирование технологических процессов. Киев: Вища шк., Головные изд-во. 1988.-415с.
3. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. II. М., Наука, 1987.- 389с.