

IRRATSIONAL IFODALARNI TAXMINIY HISOBLASH USULLARI.

Solayeva Mehribon Norimonovna¹

*¹Toshkent amaliy fanlar universiteti, Gavhar ko'cha 1, Toshkent 100149,
O'zbekiston.*

Annotatsiya: Ushbu maqolada irratsional son tushunchasi va bir nechta irratsional sonlarni taxminiy hisoblash usullari, hamda hisoblash usullarining o'zaro farqlari bilan tanishamiz.

Kalit so'zlar: irratsional sonlar, irratsional sonlarni hisoblash, irratsional sonlarni hisoblashning taxminiy formulalari.

METHODS OF APPROXIMATE CALCULATION OF IRRATIONAL EXPRESSIONS.

Solayeva Mehribon Norimonovna¹

*¹Tashkent University of Applied Sciences, Gavhar Str. 1, Tashkent 100149,
Uzbekistan*

Abstract: In this article, we will get acquainted with the concept of an irrational number and methods of approximate calculation of several irrational numbers, as well as mutual differences of calculation methods.

Key words: irrational numbers, calculation of irrational numbers, approximate formulas for calculation of irrational numbers.

Asosiy qism: Hammamizga ma'lumki son tushunchasi vaqtlar o'tishi bilan kengaytirib borilgan tushunchalardan biridir. Misol tariqasida natural son tushunchasini butun songacha kengaytirish, butun son tushunchasini ratsional songacha kengaytirish va nihoyat irratsional son tushunchasini kiritib ratsional sonlar va irratsional sonlarni haqiqiy son tushunchasigacha kengaytirilgan.

Irratsional son deb cheksiz davriy bo'lmagan o'nli kasrga aytiladi. Umumiy o'rta maktab kursida asosan irratsional son deb odatda ildizdan chiqmaydigan

sonlar tasavvur qilinadi. Aslida haqiqatdan ham ildizdan chekli qiymat chiqmaydigan sonlar irratsional sonlardir, ammo $\pi, e, \sin 29^\circ, \log_2 5$ sonlari ham irratsional sonlardir. Shuning uchun irratsioanal sonning mukammal ta'rifi sifatida, cheksiz davriy bo'lmagan o'nli kasrga irratsional son deyiladi.

Kvadrat ildizdan chekli son chiqmaydigan ildizli ifodalarni taxminiy hisoblash ustida ish olib boramiz. Buning uchun eng avvalo $\sqrt{5}$ uchun tahminiy hisoblashning formulasini ko'rib chiqamiz. Ixtiyoriy $x_0 \neq \sqrt{5}$ sonni tanlaymiz. Bu yerda $x_0 < \sqrt{5}$ yoki $x_0 > \sqrt{5}$ bo'ladi. $x_0 < \sqrt{5}$ bo'lsin, u holda tengsizlikning har ikki tomonini $\sqrt{5}$ ga ko'paytirib, $\sqrt{5}x_0 < 5$ bo'lib, $\sqrt{5} < \frac{5}{x_0}$ ekanligi kelib chiqadi. Bundan esa $x_0 < \sqrt{5} < \frac{5}{x_0}$ ekanligi kelib chiqadi. Endi $x_0 > \sqrt{5}$ bo'lsin deb qaraylik, bundan esa $\sqrt{5}x_0 > 5$ bo'ladi, $\sqrt{5} > \frac{5}{x_0}$ bo'lishi kelib chiqadi. Yuqoridagilardan $\frac{5}{x_0} < \sqrt{5} < x_0$ qo'sh tengsizlik o'rinli bo'lishi kelib chiqadi. Yuqoridagilardan $x_0 < \sqrt{5} < \frac{5}{x_0}$ yoki $\frac{5}{x_0} < \sqrt{5} < x_0$ tengsizliklarning biri o'rinli bo'lishini ko'rdik. Endi quyidagini topamiz $x_1 = \frac{1}{2}(x_0 + \frac{5}{x_0})$ sonni belgilaymiz, $x_2 = \frac{1}{2}(x_1 + \frac{5}{x_1})$ sonni topamiz va keyin $x_3 = \frac{1}{2}(x_2 + \frac{5}{x_2})$ sonni topamiz... davom ettirib boorish natijasida $\sqrt{5}$ ga juda yaqinlashib, $\sqrt{5}$ ning cheksiz o'nli ifodasi kelib chiqadi. Masalan $x_0 = 1$ deb olaylik. U holda $\sqrt{5}$ ning taqribiy qiymati quyidagicha hosil bo'ladi.

$$x_1 = \frac{1}{2}(1+5) = 3$$

$$x_2 = \frac{1}{2}\left(3 + \frac{5}{3}\right) = \frac{7}{3} = 2,33333\dots$$

$$x_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{7}{3} + \frac{15}{7}\right) = \frac{47}{21} = 2,238095\dots$$

$$x_4 = 2,236068\dots$$

$$x_5 = 2,236067\dots$$

⋮

Bu jarayonni cheksiz davom ettirish natijasida $\sqrt{5}$ ning aniq qiymatiga har qancha yaqin taqribiy qiymati hosil bo'lishda davom etadi. Endi tekshirib ko'rish uchun $\sqrt{9}$ ning ham qiymatlarini ko'rib chiqamiz. $x_0=2$ deb olamiz.

$$x_1 = \frac{1}{2} \left(2 + \frac{9}{2} \right) = 3,25$$

$$x_2 = \frac{1}{2} \left(3,25 + \frac{9}{3,25} \right) = 3,0096\dots$$

$$x_3 = 3,000015\dots$$

$$x_4 = 3,000000\dots$$

⋮

Bo'lishi kelib chiqadi.

Endi quyida biz taqribiy hisoblash uchun boshqa usulni ya'ni funksiya differensialining taqribiy hisoblashga tadbirini ko'rib chiqamiz.

Yuqorida aytib o'tganimizdek funksiya differensialining taqribiy hisoblashlar uchun quyidagicha formulasi mavjud ekanligini hamma biladi, ya'ni

$$f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$$

Ushbu formula yordamida bir nechta irratsional ifodaning taqribiy qiymatini topamiz. Eng avvalo $\sqrt{2}$ hisoblashdan boshlaymiz. Buning uchun $f(x) = \sqrt{x}$ deb olamiz va $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ni topamiz va hisoblashni boshlaymiz. Buning uchun $x_0=1, \Delta x=1$ deb qabul qilamiz.

$$f(1+1) \approx \sqrt{1} + \frac{1}{2\sqrt{1}} \cdot 1 = 1 + 0,5 = 1,5$$

Bu natija albatta $\sqrt{2}$ ning taxminiy qiymatidan kattaroq. Har doim aniqroq natijaga erishish uchun kvadrati 2 ga yaqinroq sonni olamiz masalan 1,4 olib kvadratga oshiramiz va $x_0=1,96, \Delta x=0,04$ deb olib quyidagini topamiz.

$$f(1,96+0,04) \approx \sqrt{1,96} + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{1,96}} \cdot 0,04 = 1,4 + 0,01428571429\dots = 1,41428571429\dots$$

Bo'lishi kelib chiqadi. Agar 1,41 ni kvadratga oshirib $x_0=1,9881, \Delta x=0,0119$ deb qabul qilinsa olinadigan natija ham yanada $\sqrt{2}$ ning qiymatiga juda yaqin bo'ladi. Bu jarayonni har qancha davom ettirish natijasida $\sqrt{2}$ ning o'nli yozuvdagi taxminiy qiymati kelib chiqadi.

Endi bir qator misol va masalalar ko'rib chiqamiz.

Misol 1: $\sqrt{3}$ sonining taxminiy o'nli yozuvini toping.

Yechish: 1-usul: $x_1 = \frac{1}{2}(x_0 + \frac{3}{x_0})$ formulani bir necha marta qo'llash orqali taxminiy qiymatini topamiz. $x_0=2$ sifatida qabul qilamiz.

$$x_1 = \frac{1}{2}\left(2 + \frac{3}{2}\right) = \frac{7}{4} = 1,75$$

$$x_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{7}{4} + \frac{12}{7}\right) = \frac{97}{56} = 1,73214285714\dots$$

$$x_3 = 1,73205081002\dots$$

⋮

$$2\text{-usul: } f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$$

Formuladan foydalanamiz. 1,7 deb olib, kvadratga oshiramiz va $x_0=2,89, \Delta x=0,11$ deb olamiz va formulaga qo'yamiz.

$$\sqrt{3} \approx 1,7 + \frac{1}{2 \cdot 1,7} \cdot 0,11 = 1,7 + 0,03235294118\dots = 1,73235294118\dots$$

Misol 2: $\sin 46^\circ$ ni hisoblang.

$$\text{Yechish: } \sin 46^\circ \text{ ni hisoblash uchun } f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$$

Formuladan foydalanamiz. Buning uchun $x_0=45^\circ = \frac{\pi}{4}, \Delta x=1^\circ = \frac{\pi}{180}$ deb olamiz

va

$$\sin 46^\circ = \sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} \cdot 0,017444444\dots = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 0,017444444\dots = \frac{1}{2}(1,41428571429\dots + 1,41428571429\dots)$$

Xulosa: yuqoridagilardan ko'rinib turibdiki irratsional sonlarni hisoblashning bir nechta usullari mavjud bo'lib, bu hisoblash usullarining har birining o'zni o'zgartiradi va bu usullarni qo'llash orqali nafaqat irratsional ifodani taxminiy qiymatini topish mumkin balki kreativ fikrlashni oshirishda ham o'zni juda kattadir.

Foydalanilgan adabiyotlar:

[1]. Barbara Holland. A first course in chaotic dynamical systems theory and experiment. 1992 y.

[2]. T.Azralorov, H.Mansurov. Matematik analiz 1-qism. Toshkent "O'qituvchi" 1994 yil.

[3]. Solayeva Mehribon Norimonovna *TEACHING THE CONCEPT OF LIMIT WITH THE HELP OF PEDAGOGICAL RESEARCH, INTERDEPENDENCE OF DISCIPLINES AND METHODS OF PEDAGOGICAL PRACTICE*" European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences Vol. 8 No. 5, 2020, Part II ISSN 2056-5852

[4]. Solayeva M.N., Eshqorayev Q.A., Seytov A.J. Ba'zi bir misollarni ajoyib limitlar yordamida Noan'anaviy uslublardan foydalanib yechish usullari Muallim ham uzluksiz ta'lim 1-1 2020 yil 109-113 betlar.

[5]. Solayeva M. N., Seytov A. J. Maktab o'quvchilariga ketma- ketlik va funksiya limitini o'rgatishdagi ba'zi misollarni ishlashning innovatsion uslublari ILMIIY AXBOROTNOMA 2020-yil, 4-son ISSN 2091-5446.