

O'ZGARUVCHAN CHEGARALI MASALALAR (STEFAN MASALASI)

Abdusaidov Sadridin Umarali o'g'li

Asisistent. Jizzax Politexnika instituti.

Annotatsiya. Ushbu maqolada o'zgaruvchan chegarali klassik masalalar, ularning qattiq jism-suyuqlik fazali o'zgarishlarni modellashtirish haqida so'z yuritiladi.

Kalit so'zlar: Stefanning klassik masalasi, Qattiq jismlar, qattiq jism – suyuqlik, Stefanning ikki fazali masalasi, Chegaraviy xolat ,Stefanning bir fazali masalasi,

ЗАДАЧИ С ПЕРЕМЕННЫМИ ГРАНИЧНЫМИ ПРЕДЕЛАМИ

(ЗАДАЧА СТЕФАНА)

Абдусаидов Садриддин Умаралиевич

Ассистент. Джизакский политехнический институт.

Аннотация. В данной статье рассматриваются классические задачи с переменными границами и их моделирование фазовых переходов твердое тело-жидкость.

Ключевые слова: Классическая задача Стефана, Твердые тела, твердое тело - жидкость, двухфазная задача Стефана, Граничное состояние, Однофазная задача Стефана,

VARIABLE BOUNDARY LIMIT PROBLEMS (STEFAN'S PROBLEM)

Abdusaidov Sadridin Umaralievich

Assistant. Jizzakh Polytechnic Institute.

Abstract. This article deals with classical problems with variable boundaries and their modeling of solid-liquid phase changes.

Keywords: Stefan's classic problem, Solids, solid - fluid, Stefan's two-phase problem, Boundary state, Stefan's one-phase problem.

Stefanning klassik masalasi.Qattiq faza qatnashgan faza o'zgarishlarini ko'rib chiqamiz – qattiq jism – suyuqlik. Bunday muammolarga misol bo'lib metallurgiyada qotish va erish jarayonlari xizmat qiladi. Mos matematik modellar

oldindan ma'lum bo'lmagan xarakatchan fazali o'tish chegaralari mavjudligi – erkin chegarali (noma'lum) segarali masalalar bilan tavsiflanadi.

Qattiq jismlar - suyuqlik fazali o'zgarishlarni modellashtirishda asosiy shart fazali o'tish fazaviy o'tishning T o'zgarimas temperaturasida sodir bo'lishidan iborat. Fazali o'tish fazalarni ajratish chegarasida sodir bo'lsig, bu chegarani S orqali belgilaymiz, bunda $S = S(t)$. Ushbu chegara Ω hisob sohasini ikkita qsim soxaga ajratadi. $\Omega^{+\hat{t}(t)}$ suyuq faza egallagan soha, bunda xarorat fazali o'tish haroratidan oshiq, $\Omega^{+\hat{t}(t)} = \{(x, y, z) \in \Omega, T(x, y, z) > T^{\hat{t}}\}$ Mos ravishda $\Omega^{-\hat{t}(t)}$ qattiq faza egalagan soha,

$\Omega^{-\hat{t}(t)} = \{(x, y, z) \in \Omega, T(x, y, z) < T^{\hat{t}}\}$. Har bir aloxida fazada termofizik kattaliklar uchun shunga o'xshash belgilarni qo'llaymiz.

Issiqlik o'tkazuvchanlikning mos tenglamalarini yozib olamiz. Qattiq fazada quyidagiga ega bo'lamiz

$$(1) \quad c^{-\hat{t}} \rho^{-\hat{t}} \frac{\partial T^{-\hat{t}}}{\partial t} = \text{div } \hat{t} \hat{t} + f^{-\hat{t}}, \quad (x, y, z, t) \in \Omega^{-\hat{t}}$$

bunda $\Omega^{-\hat{t}}$ suyuq fazada konvektivni hisobga olgan holda quyidagiga ega bo'lamiz.

$$(2) \quad c^{+\hat{t}} \rho^{+\hat{t}} \frac{\partial T^{+\hat{t}}}{\partial t} = \text{div } \hat{t} \hat{t} + f^{+\hat{t}}, \quad (x, y, z, t) \in \Omega^{+\hat{t}}$$

Bizni S fazali o'tish chegarasida shartlar qiziqtiradi. Avvalambor ushbu ikki muhit kontakti chegarasida haroratning uzluksizligi haqidagi farazlar o'rinli, ya'ni

$$(3) \quad [T] = 0, \quad (x, y, z) \in S$$

Fazali o'tish ma'lum sondagi jismlarni ajrati\ yutish bilan sodir bo'ladi. Shuning uchun issiqlik oqimi fazali o'tish chegarasida uzilishli va quyidagi kattalik bilan aniqlanadi

$$(4) \quad \left[k \frac{\partial T}{\partial n} \right] = - L V_n, \quad (x, y, z) \in S$$

bu erda L – fazali o'tish entalpiyasi, V_n – fazali o'tishning normal bo'yicha xarakat tezligi chegarasi.

Yuqorida ta’kidlaganimizdek, fazali o‘tish o‘zgarmas T^* haroratda sodir bo‘ladi deb faraz qilinadi. Shuning uchun fazali o‘tish chegarasi S vaqtning xar bir momentida quyidagicha aniqlanadi:

$S=S(t)=\{(x, y, z) \in \Omega, T(x, y, z, t)=T^i\}$ yoki boshqa shaklda, fazali o‘tish chegarasida birinchi tur shartlari bajarilgan:

$$(5) \quad T(x, y, z, t) = T^i$$

(3) – (5) Stefan shartlari, (1), (2) tenglamalar uchun mos masala *Stefan masalasi* deb nomlanadi. Qaralayotgan masala jarayonlar ikkala fazada xam o‘rganilishi bilan tavsiflanadi, shuning uchun bunday xolda *Stefanning ikki fazali masalasi* xaqida so‘z olib boriladi. Chegaraviy xolat issiqlik maydoni fazalarning birida ma’lumligi bilan tavsiflanadi (xarorat o‘tish xaroratiga teng). SHuning uchun issiqlik maydoni faqat fazalarning bittasida qaraladi – *Stefanning bir fazali masalasi*. Ushbu xolda fazali o‘tishning noma’lum chegarasi S ichki emas, balki tashqi.

Masalan, T^* temperaturada qattiq faza egallagan soxa $\Omega^{-i(t)}$. U xolda suyuq fazada temperaturani topish uchun $\Omega^{+i(t)}$ o‘zgaruvchan soxada S chegarada quyidagi shartlar bilan (2) tenglama qo‘llaniladi:

$$(6) \quad T^{+i}(x, y, z, t) = T^i, \quad (x, y, z) \in S(t)$$

$$(7) \quad k \frac{\partial T^{+i}}{\partial n} = -LV_n, \quad (x, y, z) \in S(t)$$

(6) (7) tipdagi shartlar Stefanning bir fazali masalani tavsiflaydi.

Ayrim hollarda Stefan yaqinlashuvi xar doim xam o‘rinli emas. (5) Stefan sharti temperaturani fazali o‘tish temperaturasiga onli tenglash farazi fazali o‘tish tezligining uzliksizligi xaqidagi farazga mos keladi. Ushbu muloxaza qator xolatlarda haqiqatga zid. Xolat yuqori intensiv issiqlik jarayonlarni (issiqlik o‘tkazuvchanlikning giperbolik tenglamasi) tavsiflash muammosini eslatadi. Bbundan qutilish uchun (5) birinchi tur chegara sharti o‘rniga ancha kengroq uchinchi tur chegara shartini qo‘llash mumkin, uni xosil qilish fazali o‘tish kinetikasini tavsiflashga asoslangan. Masalan bir fazali masalada (6) shart o‘rniga

fazali o'tish chegarasiga issiqlik oqimni chegaralaydiga quyidagi shartni qo'llash mumkin

$$(8) k \frac{\partial T}{\partial n} + \alpha T = 0$$

(8) shart fazali o'tish chegarasining ixtiyoriy xarakatida energiya saqlash qonunini ifodalovchi (7) shart bilan birga qo'llaniladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Ne'matov A. Turli matnli masalalarni yechish usullari //Евразийский журнал математической теории и компьютерных наук. – 2023. – Т. 3. – №. 3. – С. 7-10
2. Назирова Э. Ш., Шукурова М., Нетьматов А. Р. Численное решение одномерной задачи двухфазной фильтрации в системе “Нефть-газ” в пористых средах. – 2022.
3. Федоткин И.М. Математическое моделирование технологических процессов. Киев: Вища шк., Головные изд-во. 1988.-415с.
4. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. II. М., Наука, 1987.-389с.