КЛАССИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ И КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ В ТРАКТАКТКЕ МУХАММАДА ИБН МУСА АЛ – ХОРЕЗМИ «КРАТКАЯ КНИГА ОБ ИСЧИСЛЕНИИ АЛГЕБРЫ И АЛ - МУКАБАЛА»

Аббос Акмалов – кандидат педагогических наук, доцент,

заведующий кафедры Математика и методика её

преподавания.ТГПУ им. Низами. Узбекистан

Аннотация: Трактат ал–Хорезми «Краткая книга об исчислении алгебры и ал - мукабала» состоит из двух частей, теоретической и практической. В первом часте излагается теория классификации линейных и квадратных уравнений. В ней алгебраические уравнения приводится к каноническим видам и приводиться способы решения примеров. А также показано решение алгебраических уравнений, включая правила поиска решений квадратных уравнений, которые «переоткрывались» несколько раз на протяжении веков в Востоке и Европе.

Ключевые слова: решение, корни, линейные и квадратные уравнеия, классификация

CLASSIFICATION OF LINEAR AND QUADRATIC EQUATIONS IN THE TREATISM OF MUHAMMAD IBN MUSA AL-KHWARIZMI "A BRIEF BOOK ON THE CALCULUS OF ALGEBRA AND AL-MUQABALAH"

Abbos Akmalov – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,

Head of the Department of Mathematics and Methods of

its Teaching. TSPU named after Nizami. Uzbekistan

Abstract: The treatise of al-Khwarizmi "A Brief Book on the Calculus of Algebra and Al-Mukabala" consists of two parts, theoretical and practical. The first part presents the theory of classification of linear and quadratic equations. In it, algebraic equations are reduced to canonical forms and methods for solving examples are given. It also shows the solution of algebraic equations, including the rules for finding solutions to quadratic equations, which were "rediscovered" several times over the centuries in the East and Europe.

Keywords: solution, roots, linear and quadratic equations, classification

«Краткая книга об исчислении алгебры и ал - мукабала» трактакт ал –Хорезми пользовался широкой популярностью на Ближнем и Средниeм Востоке и средевековой Европе. Он относился к числу первых сочинений, переведенных с арабского языка на латинь. Имеются два латинского перевода «Краткая книга об исчислении алгебры и ал-мукабала» ал – Хорезми, выполненных в XII век в Испании выдающимся переводчиками: Герардо Кремонским (1114 – 1187гг) и Робертом из Честра (XII в.).
В 1983году научная общественность Узбекистана и других стран мира отмечало по решению ЮНЕСКО 1200 – летний юбилей великого среднеазиатского ученого Мухаммада ибн Муса ал – Хорезми, труды которого оставили глубокий след в истории различных сферах науки. Перевод «Краткая книга об исчислении алгебры и ал-мукабала» тракта, сохранившегося в арабской рукописи (Бодлеянская библиотека Оксфордского университета, щифр рукописи: Hunt. 214,ЛЛ. 1-34), принадлежит Б.А.Розенфельду, комментарии составлены Б.А.Розенфельдом и Г.П.Матвиевской).

«Краткая книга об исчислении алгебры и ал - мукабала» ал – Хорезми начинается: Во имя Аллаха милостивого, милосердного.
Это книга, которую написал Мухаммада ибн Муса ал – Хорезми.
Он начал её тем, что сказал: восхвалим Аллаха за его благоденания словами, которых он достоин...

.. Я написал «Краткую книгу по расчетам аль-джабра и аль-мукабалы», которая включает в себя простые и сложные задачи арифметики, распределения наследства, составления завещаний, распределения собственности и правосудия, торговли и все дела, как и землемерие, необходимы людям при проведении каналов, в геометрии и в других подобных различных работах...".

Из этих слов видно что мыслитель в своем в трактате отражает решения вопросов, на которые он дал свой взгляд на их решение. При этом Хорезми заявляет, что намерен также решить вопросы, связанные с экономическими потребностями, распределением наследства согласно законадательством ислама и шариата, а также вопросы, связанные с архитектурой и ирригацией. В общем, Хорезмийская алгебра – это наука о решении числовых, квадратных и линейных уравнений. В трактате излогаеться: «...Я нашёл, что числа, необходимые в аль-джабра и аль-мукабалы бывают трёх видов: корни, квадраты и простые числа, не отнесенное ни к корню, ни к квадрату. Корень — это всякая вещь, умножаема на себя, будь то число, равное или больше единицы или дробь меньщая ее. Квадрат — это то , что получается из корня при его умножении на себя. Простое число — это любое число, называемое словами без отношения к корню или к квадрату». Среди этих трёх видов имеются такие, которые равны друг другу. Например, ты говоришь: квадраты равны корням, квадраты равны числу или корни равны числу.

1.Квадраты равны корню: в современных обозначениях $cx^2 = bx$
2.Квадраты равны числам: в современных обозначениях $cx^2 = a$
3.Число равно или корни равны числу; в современных обозначениях $bx = a$;
где **a, b, c** — положительные числа.

Эти три вида, то есть корни, квадраты и числа, соединаются по три, и имеются три рода соединений, а именно:: квадраты и корни равны числу, квадраты и число равны корням, корни а число равны квадратам.
4. Что касается квадратов и корней, равных числу: в современных определении $cx^2 + bx = a$

5. Что касается квадратов и чисел равных кореням: в современных обозначениях $cx^2+a=bx$

6.Что касается корней и числа, равных квадату: в современных обозначениях $bx + a = cx^2$

Таковы те шесть видов, которые дается в начале трактата.

«…Я истолковал их и сообщил о том, что в трех из этих видов нет раздвоения [*числа*] корней и объяснил необходимое для них правило. Что же касается [*случаев*], когда необходимо раздвоения [*числа*] корней в трех остальных главах, то я достоверно изложил их в [*этих*] главах и начертил для каждой главы чертёж, объясняющий причину раздвоения. «Что касается того, что квадраты и корни равны числу: $cx^2 + bx = a$, то если, например, вы скажете: квадрат и десять корней равны тридцати девяти дирхамам, $x^2 + 10x = 39$ то это значит, что если к числу прибавится нечто, равное десяти корням. квадратных, будет произведено тридцать девять. Правило такое: раздвой[*числа*]*корней*, получится в этой задаче пять, умножь на себя, получится двадцать пять. Прибавь это к тридцати девяти, получится шестьдесят четыре. Извеки из этого корень. будет восемь, вычтите из него половину корней [*числа*], т. е. пять, останется три: это и есть квадратный корень, который вы искали, а квадрат равен девяти. В современных обозначаниях уравнение имеет вид ***x^2+ 10x =39,*** и решение ал – Хорезми может быть записано в виде:

$$x = \sqrt{(\frac{10}{2})^2+39} - \frac{10}{2} = \sqrt{25+39} - 5 = \sqrt{64} - 5 = 8-5 = 3$$

Что касается квадратов и чисел, равных корням, то если например, ты скажежь:: квадрат и число двадцать один дирхам равны его десяти корням, ***x^2+21 = 10x;*** то это означит: если к квадрату прибавить двадцать один дирхам, то результат будет равен к десяти корням этого квадрата. Правило его такова: раздвой [*числа*] корней будет пять. Умножь его на себя, будет двадцать пять. как было сказано, вычти из этого двадцать один, которые квадратом останется четыре. Извлеки из этого корень, будет два. Вычтик это из полвины [*числа*] корней, так же пяти, остается три: это и будет корень квадрата, который ты искал» .

В современных обозначаниях уравнение имеет ***x^2+21 = 10x,*** и решение ал – Хорезми может быть записано в виде:

$$x = \frac{10}{2} \pm \sqrt{(\frac{10}{2})^2 - 21} = 5 \pm \sqrt{4} = 5 \pm 2; \quad x_1 = 3, \quad x_2 = 7. \quad (x_1^2 = 9; x_2^2 = 49)$$

Аль-Хорезми помимо решения этой задачи поясняет следующее: «Если вы столкнулись с проблемой, которая привела вас к этой главе, попробуйте найти ее правильное решение с помощью сложения, если это не сработает, необходимо вычитание».

В этой главе используются как сложение, так и вычитание. В остальных трех главах дело обстоит иначе, в которых корни [*число*]удваиваются. Знайте, что если в этой главе корни [*число*]удваиваются и произведение меньше количества дирхамов, прибавленных на квадрат. , решить проблему невозможно. (уравнение ***x^2+ a = bx*** имеет два мнимых корня $\left(\frac{b}{2}\right)^2 < ¿\ \boldsymbol{a}$).

Если оно в точности равно $\left[\text{числу}\right]$ дирхамов, то корень квадратный равен половине корней /число/ без сложения и вычитания. (уравнение **($x^2+a = bx$ при $\left(\frac{b}{2}\right)^2 = a$, $x = \frac{b}{2}$** имеет один корень**).** Всякий раз, когда вы встречаете два квадрата или больше или меньше, они, как я объяснил вам в первой главе, типа, один квадрат. Объясняется и доказывается равенство корней и чисел квадрату, $bx + a = cx^2$ **.**Во времена Аль-Хорезми не существовало понятия отрицательных чисел, поэтому операции сложения выполнялись в рамках описанных выше уравнений, а операции вычитания не показывались. Поэтому Хорезми описал только решения квадратных уравнений с положительными корнями. Причина, по которой не рассматривается решение квадратных уравнений с нулевыми хорезмийскими корнями, заключается в том, что оно связано с задачами практического характера - распределением наследства. Он доказал решения некоторых квадратных уравнений геометрически. Трактат аль-Хорезми « Ал - китоб ал – мухтасар фи ҳисоб ал – жабр вал – муқобала » является первой книгой, в которой систематически классифицируются квадратные уравнения, формулируются решения и описываются геометрические доказательства. Связанные с квадратными уравнениями, были освещены в работах Абу Райхана Беруни, Умара Хайяма, Бахауддина аль-Омули, Джамшида Коши и других ученых Востока. В Европе нахождение решений квадратных уравнений методом аль-Хорезми описано в «Книга абак», написанной в 1202 году итальянским математиком Леонардо Фибоначчи. В этой книге ясно описаны интерпретации древнегреческих, индийских, восточных ученых в области математики, в том числе решения квадратных уравнений. Автор первым в Европе ввел понятие отрицательных чисел, а также самостоятельно создал методы поиска решения новых алгебраических примеров и задач. Правила нахождения общих решений квадратного уравнения вида $x^2 + bx = c$ в различных сочетаниях коэффициентов b, c были введены в Европе в 1544 г.

М. Штифелем. Общая формула для поиска решений квадратных уравнений была доказана как теорема в работах Франсуа Виета в 1591 году, причем Виет также ограничивался поиском только положительных корней уравнений. Виет сформулировал теорему следующим образом: «Если $\boldsymbol{B+D}$ умножить на $\boldsymbol{A}$ и вычесть $\boldsymbol{A^2}$ то будет равно $\boldsymbol{BD}$ где $\boldsymbol{A}$ равно $\boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{D}$» В работах Виета, $\boldsymbol{A}$ представляет собой неизвестное (теперь «$\boldsymbol{x}$»), В и D — коэффициенты перед неизвестным. Выражение теоремы на языке современной алгебры: $\boldsymbol{(a+b)x - x^2 = ab}$, $\boldsymbol{x^2 - (a+b)x+ab = 0}$, $\boldsymbol{x_1 = a}$, *и* $\boldsymbol{x_2 = b}$.

Решение квадратных уравнений по правилам, данным аль-Хорезми, применялось почти до XVI века. Одна из причин этого в том, что вошедшее в привычку к нам с буквенными обозночениями уравнение $\boldsymbol{ax^2+bx+c = 0}$ формировалось с перерывами в XVI веке в трудах Рене Декарта (1596–1662) и Франсуа Виета (1540–1603. В буквальном определении Виетом квадратных уравнений образовалась форма $x^2 + \boldsymbol{px + q = 0}$, а ее корнями были обозначены ва $\boldsymbol{x_1}$ и $\boldsymbol{x_2}$

В этом случае $(x-x_1)\cdot(x-x_2)$¿$x^2+ \boldsymbol{px+ q}$ откуда: $x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=x^2 + \boldsymbol{px+q}$; $\begin{cases} x_1\cdot x_2=q \\ x_1+x_2=-p \end{cases}$ Это называется формулировкой теоремы Виета для видов $x^2 + \boldsymbol{px + q = 0}$ квадратных уравнений.

В середине XVI века итальянские математики Н.Тарталья, Дж.Кардано и Р.Бомбелли признали существование положительных и отрицательных нулевых корней уравнений. В XVII веке в трудах Жирара, Р.Декарта, И.Ньютона и других учёных буквальное выражение квадратных уравнений, методы и формулы нахождения корней были описаны в их современном виде.

Долгое время считаться, что такие уравнения $\boldsymbol{x^2+1=0}$;*и* $\boldsymbol{2x^2+x+1=0}$, не имеют реальных решений, поскольку они не существуют.

$\boldsymbol{ax^2+bx+c=0}$ квадратном уравнении **a,b** и **c** действительные числа, его корни $\boldsymbol{x} = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, если $b^2-4ac>0$ есть два действительных корня, если $\boldsymbol{b^2-4ac<0}$ то действительных корней нет . Эти соображения, наряду с развитием алгебры, привели к расширению понятии числа, т. е. понятие комплексных чисел было признано на протяжении почти трёх столетий, вплоть до XIX века.

В 1545 итальянский алгебраист Дж. Кардано предложил ввести новые натуральные числа при нахождении корней уравнений, не имеющих решения в множестве действительных чисел. Он показал, что система уравнений

$\{x+y=10$¿¿¿¿ имеет решения вида $x=5\pm\sqrt{-15}$, $y=5\pm\sqrt{-15}$ только по

правилам алгебры с такими выражениями. Пришлось работать, предполагая, что $\sqrt{-a}\cdot\sqrt{-a}=-a$. Кардано называл такие величины «чисто» отрицательными и даже «иррационально отрицательными», чего считал бесполезным и старался избегать. В 1572 итальянский алгебраист Р.Бомбелли опубликовал книгу, содержащую основные правила арифметических действий над такими числами.

Название «абстрактные числа» было введено Р. Декратом в 1637 г., а в 1777 г. один из крупнейших математиков XVIII века Л. Эйлер предложил использовать первую букву ***i*** французского слова «imaginaire» («абстрактное»).) для обозначения числа **-1**. Символ ***i*** широко распространен в работах К. Гаусса. В течение XVII века продолжалась дискуссия об арифметической природе абстракций, возможности придания им геометрической интерпретации, а о приемах и правилах выполнения операций над комплексными числами вплоть до XIX века.

Корены уравнения $\boldsymbol{x^2+1=0}$; $x^2=-1$, $x=\pm\sqrt{-1}$, $x=\pm i$ виде познается. Число корней уравнений продолжало доказываться как фундаментальная теорема алгебры на протяжении нескольких столетий. В XVIII в. Эйлер, Даламбер, Лагранж и Вандермонд представили различные доказательства. С 1799 г. К. Гаусс четыре различных доказательства основной теоремы алгебры. Этапы нахождения корней квадратного уравнения: Древневавилонский, греческий, китайский, индийский, восточный и до XVI века европейские математики искали и открывали способы нахождения положительных корней, а позже нулевых и отрицательных, т.е. корней действительных чисел.

В XIX веке они доказали правила нахождения корней алгебраических уравнений с комплексными числами. Алгебраические уравнения, включая правила поиска решений квадратных уравнений, «переоткрывались» несколько раз на протяжении веков, но классификация квадратных уравнений аль-Хорезми имеет важное научное значение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Муҳаммад ибн Мусо ал- Хоразмий., Танланган асарлар. (на узбекском языке.) Издательство «ФАН» Узбекистана, Т.: 1983г.
2.Мухаммад ибн Муса ал- Хорезми., Математические трактаты. (на русском языке.) Издательство «ФАН» Узбекистана, Т.: 1983г.
3. Булгаков П.Г., Розенфельд Б.А., Аҳмедов А.А., Мухаммад ал – Хорезми., Издательство "НАУКА", Москва. 1983г.
4.Сиражиддинов С.Х., Матвиевская Г.П., Ал-Хорезми – выдающийся математик и астроном средневековья., Издательство «ФАН» Узбекистана, Т.: 1983г.
5.Сиражиддинов С.Ҳ. (ответ. редактор), Из истории средневековой восточной математики и астрономии., Издательство «ФАН» Узбекистана, Т.,1983.