Давлатов Ш.О.

Каршинский инженерно-экономический институт

Узбекистан, г.Карши

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ 1-ГО ПОРЯДКА

Аннотация. В этой статье приведен алгоритм численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка методом Рунге-Кутта и на основе этого алгоритма создана программа на языке Delphi-7.

Ключевые слова. Алгоритм,Рунге-Кутта,схема,программа,Коши.

Davlatov Sh.O.

Karshi Engineering and Economic Institute

Uzbekistan, Karshi

Abstract. In this article presents an algorithm for the numerical solution of 1st order ordinary differential equations using the Runge-Kutta method and a program in the Delphi-7 language is created based on this algorithm.

Keywords. Algorithm, Runge-Kutta, scheme, program, Cauchy.

1. Подстановка задачи.

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases} \tag{1}$$

Будем считать, что задача Коши (1) подставлена корректна, т.е. удовлетворяет все условия следующий теоремы.

<u>Теорема Коши.</u> (теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения 1- го порядка)

Если функция f(x, y) непрерывна в некоторой области D в плоскости XOY и имеет в этой области непрерывную частную производную $y' = f(x, y)$ *, то какова бы не была точка* (x_0, y_0) *в области D, существует единственное решение* $y = \varphi(x)$ *уравнения* $y' = f(x, y)$*, определенное в некотором интервале, содержащем точку* x_0*, принимающее при* $x = x_0$ *значение* $\varphi(x_0) = y_0$*, т.е. существует единственное решение дифференциального уравнения.*

2. Алгоритм решения.

Вводными данными являются следующее:

1. Начальные условия: x_0, y_0 ;
2. Отрезок, $[x_0; X]$ в котором находится решение задачи Коши (1)
3. Функция $f(x, y)$.
4. N число разбиений отрезка $[x_0; X]$.

В программу функция $f(x, y)$ вводится с использованием элементарных функций, арифметических операций : + сложение,- вычитание, / деление, * умножение, а также действительных чисел. Число π≈3,14 вводится символом pi. В следующем таблице даны элементарные функции и ввод их в программу.

№	Элементарные функции	Ввод элементарных функций в программу
1	y=|x|	mod (x)
2	y=[x]	butun (x)
3	y={x}	kasr (x)
4	$y=x^n$ n∈N	dar (x:n)

5	y=$\sqrt[n]{x}$ nЄN	ildiz (x:n)
6	y= sin x	sin (x)
7	y= cos x	cos (x)
8	y=tg x	tg (x)
9	y=ctg x	ctg (x)
10	y= sec x	sec (x)
11	y=cosec x	cosec (x)
12	y= arcsin x	arcsin (x)
13	y= arccos x	arccos (x)
14	y= arctg x	arctg (x)
15	y= arcctg x	arcctg (x)
16	y= a^x	kurs (a:x)
17	y= ln x	ln (x)
18	y= lg x	lg (x)
19	y= log x	log (x)
20	y= sh x	sh (x)
21	y= th x	th (x)
22	y= sch x	sch (x)
23	y= ch x	ch (x)
24	y= cth x	cth (x)
25	y= csch x	csch (x)
26	y= arsh x	arsh (x)
27	y= arch x	arch (x)
28	y= arth x	arth (x)
29	y= arcth x	arcth (x)
30	y= arcsec x	arcsec (x)
31	y= arccsc x	arccsc (x)
32	y= e^x	e (x)

Например функция $f(x,y)=\sqrt[3]{x^2+y^2}+e^{5x^2}$ вводится в программу в следующем виде ildiz(dar(x:2)+dar(y:2):3)+e (5*dar(x:2)).

Задачу Коши (1) решим методом Рунге-Кутта четвёртого порядка. Разобьём отрезок $[x_0;X]$ на N равные части точками

$$x_i = x_0 + ih;\ i=\overline{0,N};\ h=\frac{X-x_0}{N}$$

которые называются узлами сетки. Значение приближенного решения в узлах обозначим символами y_i, т.е.

$$y(x_i)\approx y_i;i=\overline{0,N}\ .$$

В этом методе используется следующая схема

$$y_{i+1}=y_i+\frac{1}{6}(k_{1i}+2k_{2i}+2k_{3i}+k_{4i}),\ i=\overline{0,N-1}\ , \tag{2}$$

где

$$\left.\begin{aligned} &k_{1i}=hf(x_i,y_i),\ k_{2i}=hf(x_i+\frac{1}{2}h,y_i+\frac{1}{2}k_{1i}),\\ &k_{3i}=hf(x_i+\frac{1}{2}h,y_i+\frac{1}{2}k_{2i}),k_{4i}=hf(x_i+h,y_i+k_{3i}).\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

На основе этого алгоритма создана программа на языке Delphi-7, решающая численно задачу (1) и рисующая график решения. Созданная программа проверена на основе вычислительных экспериментах.

3. Численные расчеты.

Задача. Найти решения задачи Коши

$$\begin{cases}\dfrac{dy}{dx}=2xy\\ y(0)=1\end{cases}$$

на отрезке $[0;2]$.

Точное решение этой задачи $y(x)=e^{x^2}$.

Ниже приведены численные значения приближенного решения в узлах и график ее при $N = 20$.

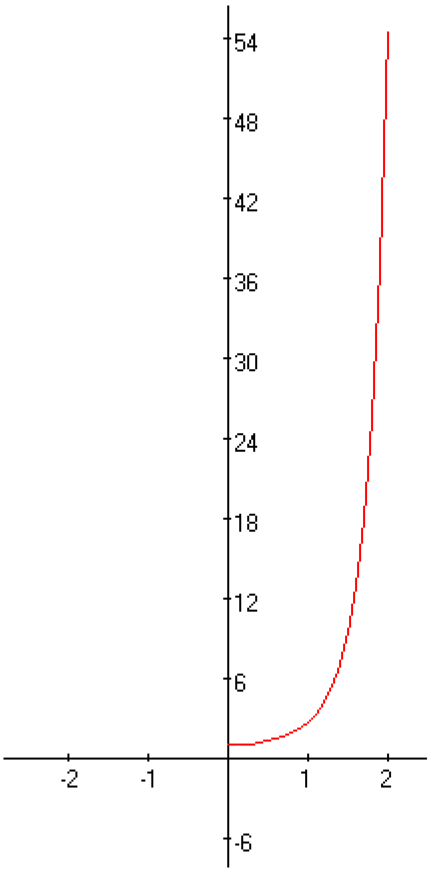
y[0,0]=1,0000 y[0,1]=1,0101 y[0,2]=1,0408 y[0,3]=1,0942 y[0,4]=1,1735

y[0,5]=1,2840 y[0,6]=1,4333 y[0,7]=1,6323 y[0,8]=1,8965 y[0,9]=2,2479

y[1,0]=2,7183 y[1,1]=3,3535 y[1,2]=4,2206 y[1,3]=5,4194 y[1,4]=7,0991

y[1,5]=9,4873 y[1,6]=12,9350 [1,7]=17,9918 y[1,8]=25,5307 y[1,9]=36,9601

y[2,0]=54,5863



Использованные источники:

1. М.Исроилов. Ҳисоблаш методлари. 2-қисм, “Иқтисодиёт-Молия” нашриёти, 2008 й. ISBN 978-9943-13-089-0

2. К.Деккер, Я.Вервер. Устойчивость методов Рунге-Кутта для жестких нелинейных дифференциальных уравнений. –М.: Наука, 1988.