

BIR FAZALI BIR O'LCHAMLI STEFAN MODEL MASALASI

Abdusaidov Sadridin Umarali o'g'li

Assistant. Jizzax Politehnika instituti

Annotatsiya: Ushbu maqolada Bir fazali bir o'lchamli Stefan model masalasi va Fazoviy to'r tugunlarida frontni tutish haqida ba'zi mulohazalar yoritilgan.

Kalit So'zlar: Stefan masalasi, Fazalar almashinishi, Boshlang'ich shart, vizuallashtirish, Suyuq faza.

SINGLE-PHASE ONE-DIMENSIONAL STEFAN MODEL PROBLEM

Abdusaidov Sadridin Umaralievich

Assistant. Jizzakh Polytechnic Institute.

Abstract: This article discusses the Stefan problem in a single-phase one-dimensional model and some considerations on capturing the front at spatial mesh nodes.

Keywords: Stefan problem, Phase transition, Initial condition, visualization, Liquid phase

Stefan turidagi masalalarni sonli yechishning asosiy yondashuvlarini oddiy bir fazali bir o'lchamli Stefan masalasi misolida fazalar almashinish chegarasini

$\Omega = (0, 1)$ ajratishni qarab chiqamiz. $x = \eta(t)$ kesmani qaraymiz, nuqta fazalar

$\eta(0) > 0$ almashinishi chegarasi. sohani ikkita qism sohalarga ajratadi, ya'ni

$$\Omega^+(t) = \{x | 0 < x < \eta(t)\}, \Omega^-(t) = \{x | \eta(t) < x < l\}.$$

Fazalar almashinishida temperaturani nolga teng deb hisoblaymiz $(u^i = 0)$, shuning

uchun qattiq fazada $u(x, t) < 0$, suyuq fazada esa $u(x, t) > 0$ bo'lsin deb faraz

qilaylik. Suyuq fazada temperaturani aniqlash uchun issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi qoraladi

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad x \in \Omega^+(t) \quad 0 < t \leq T \quad (1)$$

(1.32) tenglama uchun boshlang'ich shart quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$$u(x, 0) = u_0(x) \geq 0, \quad x \in \Omega^+(t) \quad (2)$$

Chap chegara quyidagi berilgan temperatura bilan ta'minlangan bo'lsin:

$$u(0, t) = g(t) > 0, \quad 0 < t \leq T \quad (3)$$

Fazalar almashinish chegarasida quyidagi shartlar bajariladi:

$$u(x, t) = 0, \quad x = \eta(t), \quad 0 < t \leq T \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, t) = -\lambda \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad x = \eta(t), \quad 0 < t \leq T \quad (5)$$

λ o'zgarmas fazalar almashinishining entalpiyasiga bog'liq bo'ladi.

Yuqorida shakllantirilgan (1.32)-(1.36) birfazali Stefan masalasida fazalar

almashinish chegarasining harakat tezligi $(v_n = d\eta/dt)$ musbatligidan suyuq faza doimo kengayuvchi bo'ladi. Monoton o'suvchi funksiya $\eta(t)$ parabolik tenglamalar uchun maksimum prinsipidan kelib chiqadi.

Fazoviy to'r tugunlarida frontni tutish

(1)-(2) qo'yilgan bir o'lchamli masalani yechishning oddiy hisoblash algoritmini keltiramiz, bunda suyuq faza monoton o'suvchiligini hisobga olinadi. Fazalar almashinish chegarasini ajratish usullarni qaraymiz, shuning uchun aniqmas chegara to'r tugunlari bilan bog'liq.

$\bar{\Omega}$ sohada h qadam bilan tekis to'r kiritamiz:

$$\bar{\omega} = \{x | x = x_i = ih, \quad i=0,1,\dots,N, \quad Nh=l\}.$$

ω ichki tugunlar to'plami bo'lsin. Vaqt bo'yicha $\tau_n > 0$ o'zgaruvchan qadamli tekismas to'rdan foydalaniladi:

$$\omega_\tau = \{t | t = t_n = t_{n-1} + \tau_n, \quad t_0 = 0, n=0,1,\dots,N, \quad t_N = T\}.$$

τ_{n+1} ($n=0,1,\dots,N-1$) qadamni shunday tanlash kerakki, bu vaqtda fazalar almashinish chegarasi koordinata to'ri bo'yicha bir qadamga siljisin. Bu yondashuv to'r tugunida frontni tutish usuli sifatida ma'lum.

$\Omega^+(0)$ dastlabki soha ω kiritilgan to'ring ma'lum qismini egallaydi va $\omega_0^+(\omega_0^+ \subset \omega)$. t_n $\Omega^+(t_n)$ quyidagi belgilashni olamiz. Vaqtning ixtiyoriy momentida ω_n^+ $\omega_n^+ \subset \omega_{n+1}^+$ sohada ω_n^+ ni belgilaymiz. Bu dinamik to'ring chegaraviy tuguni $x = \eta(t_n) = i_n h$ uchun belgilashdan foydalanamiz. (1) tenglamaga mos sof oshkormas sxemadan foydalanaylik

$$\frac{y_{n+1}-y_n}{\tau_{n+1}}+\Lambda y_{n+1}=0, \quad x \in \omega_{n+1}^+, \quad n=0,1, \quad (6)$$

bu yerda

$$\Lambda y = -y_{xx} \quad (7)$$

Boshlang'ich shart (1.33) uchun approksimasiya quyidagicha

$$y_0(x)=u_0(x), \quad x \in \omega_0^+,$$

(1.34), (1.35) chegaraviy shartlar quyidagi ayirmali shartlarga keltiriladi

$$y_{n+1}(0)=g(t_{n+1}), \quad (9)$$

$$y_{n+1}(x)=0, \quad x=i_{n+1}h \quad (10)$$

Faqatgina (5) shartni approksimasiya qilish qoldi. Chegaraning bitta tugunga qo'zg'alishini inobatga olib quyidagiga ega bo'lamiz

$$\frac{d\eta}{dt} \approx \frac{h}{\tau_{n+1}}.$$

h bo'yicha ikkinchi tartibni saqlash uchun (5) shartni ushbu ko'rinishda approksimasiya qilamiz

$$\frac{y_{n+1}(x)-y_{n+1}(x-h)}{h}+\frac{\lambda h+0,5(y_{n+1}(x)-y_n(x))}{\tau_{n+1}}=0, \quad x=i_{n+1}h \quad (11)$$

(1.37)-(1.41) ayirmali masala (2)-(5) differensial masalani $O(\tau+h^2)$ aniqlik bilan approksimasiyalaydi.

Vaqtning har bir yangi $t=t_{n+1}$ qatlamida (6)-(10) chiziqlimas algebraik masalani yechish uchun u yoki bu iterasion jarayondan foydalaniladi. Ulardan soddalaridan biri τ_{n+1} qadamni aniqlashtirish iteratsiyasi bilan bog'liq.

τ_{n+1}^0 boshlang'ich yaqinlashish berilgan bo'lsin. Berilgan τ_{n+1}^k y_{n+1} larga mos yechimni topish uchun quyidagi chiziqli ayirmali masalani yechishdan topiladi

$$\frac{y_{n+1}^k - y_n^k}{\tau_{n+1}^k} + \Lambda y_{n+1}^k = 0, \quad x \in \omega_{n+1}^+, \quad n=0,1,$$

$$y_{n+1}^k(0) = g(t_{n+1}), \quad (12)$$

$$y_{n+1}^k(x) = 0, \quad x = i_{n+1}h.$$

Buning uchun uch nuqtali progonkadan foydalaniladi. (11) Ayirmali munosabat vaqt bo'yicha qadamni aniqlashtirish uchun foydalaniladi. Oddiy holda quyidagiga ega bo'lamiz

$$\tau_{n+1}^{k+1} = (\lambda h + 0,5(y_{n+1}^k(x) - y_n^k(x))(\frac{y_{n+1}^k(x) - y_{n+1}^k(x-h)}{h})^{-1}, \quad (13)$$

$$x = i_{n+1}h.$$

Kerak bo'lganda bunday ketma-ket yaqinlashishlar o'rniga relaksasion parametrli iterasion jarayonlardan foydalaniladi.

Frontni tutishning bu variantida fazo bo'yicha to'r tugunlari fiksirlandi. (1)-(5) kabi masalalarni yechishda vaqt bo'yicha fiksirlangan tugunlar variantini ham ishlatish mumkin, bunda fazo bo'yicha o'zgaruvchan qadamdan foydalaniladi. Bunday holda vaqt bo'yicha bir qatlamdan ikkinchi qatlarga o'tishda o'tish jarayonini iteratsion tarzda amalga oshirish mumkin.

Adabiyotlar

1. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. –М.: Едиториал УРСС, 2003-784 с.
2. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. -656с.
3. И.И.Данилюк, О задаче Стефана, УМН 1985.

Хо'jayorov B.X. Qurilish masalalarini sonli yechish usullari, 3. Azizxo'jayeva N.N. Pedagogik texnologiya va pedagogik mahorat: O'quv qo'llanma. -T.: TDPU, 2003 – 174 b.