НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Салимов Эсанжон Хусен ўғли

Ассистент кафедры Высшей математики

Самаркандский институт экономики и сервиса

SOME ISSUES OF MASS SERVICE THEORY

Salimov Esanjon Husen ugli

Assistant of the Department of Higher Mathematics

Samarkand Institute of Economics and Service

Аннотация: В этой статье объясняется, что имитационное моделирование основано на экспериментах с реальной моделью системы. Кроме того, мы можем узнать, что это предварительное численное решение проблемы и что в алгебре уравнения высокого уровня могут быть решены приближенными методами.

Abstract: This article explains that simulation is based on experiments with a real model of the system. In addition, we can learn that this is a preliminary numerical solution to the problem and that in algebra high-level equations can be solved by approximate methods.

Ключевые слова: алгебра, моделирование, модель, численное решение.

Key words: algebra, modeling, model, numerical solution.

В СМО имитационное моделирование используется для исследования сложных систем. Для понимания отличия имитационного моделирования от аналитического приводится пример исследования немарковской СМО. Исследование выполняется с использованием метода статистических испытаний (метода Монте-Карло) [1].

Большинство простых СМО может быть описано в виде аналитических моделей. Основополагающую роль среди аналитических моделей играет модель Эрланга. Это модель марковской многоканальной СМО с отказами. Однако многие реальные системы, не являющиеся марковскими и допускающие некоторое ожидание, могут быть в определенной степени представлены с помощью модели Эрланга.

Задачи, связанные с работой систем массового обслуживания разного вида требований, возникают в разных областях техники, в организации производства и пр. Примерами систем и требований могут служить парикмахерская и клиенты, преподаватель и студенты, телефонная станция (как совокупность линий) и вызовы на разговор, ремонтная бригада вычислительного центра и отказы обслуживаемых ею машин. Как моменты прибытия требований, так и длительности обслуживания каждой заявки являются случайными. Поэтому основным математическим аппаратом для изучения функционирования таких систем является теория вероятностей.

Термин «массовый» предполагает многократную повторяемость ситуаций в том или ином смысле. Выводы и рекомендации, получаемые методами теории массового обслуживания, применимы лишь при наличии одного или нескольких из перечисленных факторов повторяемости. При этом необходимо учитывать, что поскольку поток заявок и продолжительность времени обслуживания носят случайный характер, то и прогноз относительно единичного события может быть только вероятностным.

Для оценки качества работы вероятностной модели вводят количественные показатели эффективности ее работы. Для СМО – это полная средняя стоимость в единицу времени:

$$\tilde{A} = C_1 \cdot \bar{v} + C_2 \cdot \bar{p},$$

Где $\bar{v}$ - среднее число заявок в очереди,

$\bar{p}$ - среднее число свободных обслуживающих приборов,

C_1 - стоимость ожидания одной заявки в единицу времени,

C_2 - стоимость простоя одного обслуживающего прибора в единицу времени.

Источник заявок формирует входной поток, задерживая на какой-то отрезок времени поступление заявки в его состав. Интервалы между заявками входного потока в общем случае неодинаковы: это случайные величины, которые определяются вероятностными законами входного потока. Заявки поступают на вход очереди, в котором реализуется заданный закон дисциплины очереди. Этот закон определяет порядок обслуживания входных заявок, который может быть детерминированным (первой обслуживается заявка, которая первой поступила) или случайным (закон Эрланга).

Канал обслуживания осуществляет обслуживание каждой заявки в соответствии с заданным детерминированым или случайным законом обслуживания. Выходной поток заявок отличается от входного в зависимости от законов дисциплины и очереди обслуживания.

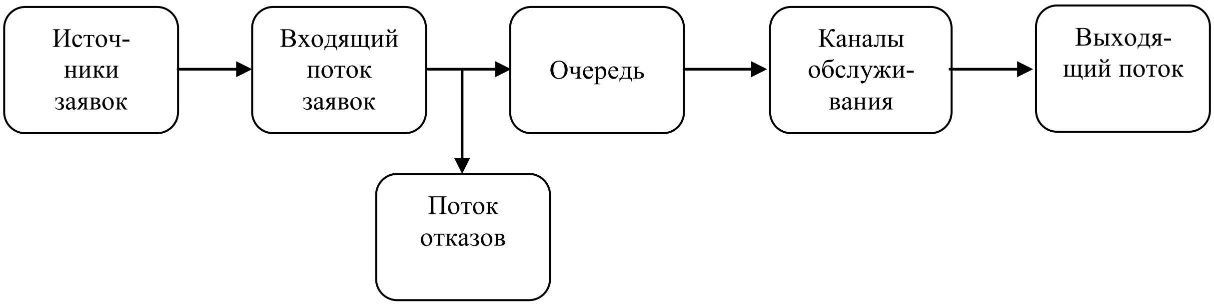

Рис. 1. Простейшая структурная схема СМО [2].

В Модели СМО все явления описываются с помощью событий, которые появляются в тот или иной момент времени (на временной оси). Для улучшения работы реальных систем необходимо получить какие – то определенные (детерминированные) характеристики работы системы (типа среднего времени ожидания или обслуживания) и на их основании выбрать новые режимы работы системы, т.е. по-другому распределить каналы обслуживания, режимы их работы, режим ожидания и т. д.. Рекомендации должны носить детерминированный характер: «переместить N каналов обслуживания с одного потока заявок на другой».

Существует большое количество различных СМО. Перечислим основные классы СМО по разным основаниям:

а) марковские и немарковские в марковских СМО динамика описывается с помощью марковских процессов. Аналитическому исследованию поддаются только частные типы немарковских СМО – полумарковские, линейчатые и др.,

б) одноканальные и многоканальные (по числу каналов обслуживания, которые могут одновременно обслуживать входные заявки), в) с отказами и без отказов (в зависимости от того, разрешается входной заявке ждать в очереди или нет, если разрешается – ограничена очередь по длине или времени либо нет),

г) многофазные и однофазные: при последовательном процессе обслуживания заявки несколькими приборами,

д) открытые и замкнутые: обслуженная заявка либо покидает СМО, либо снова поступает на обслуживание,

е) одиночные и сети СМО: сложные комбинации всех рассматриваемых выше СМО.

Исследование любой СМО начинается с рассмотрения потоков заявок, поступающих на вход СМО, на вход канала обслуживания и покидающих СМО. В следующем разделе описаны различные типы моделей потоков событий.

Потоком событий называется последовательность событий, следующих одно за другим в случайные моменты времени. В качестве событий могут выступать заявки, поступающие на вход СМО, поступление заявок на канал обслуживания и появление обслуженных заявок на выходе СМО [3].

Регулярным потоком называется поток, в котором события следуют одно за другим, через одинаковые промежутки времени (детерминированная последовательность событий)

$$\tau_i = t_j - t_{j-1} = T = const$$

Рекуррентный поток – для которого все функции распределения интервалов между заявками совпадают.

$$\Im_i(\tau) = \Im(\tau)$$

Физический рекуррентный поток представляет собой такую последовательность событий, для которой все интервалы между событиями ведут себя одинаково, т.е. подчиняются одному и тому же закону распределения [4].

Для характеристики потоков очень часто вводят в рассмотрение вероятность появления числа событий в заданном интервале времени τ

$$P_n(\tau)$$

Где n - число событий, появляющихся на интервале.

Поток без последействия характеризуется тем, что для двух непересекающихся интервалов времени $\Delta t_1, \Delta t_2 > 0,\quad t_2 \geq t_1 + \Delta t_1,$ вероятность появления числа событий $P_{n_2}(\Delta t_2)$ на втором интервале не зависят от числа появления событий n_2 на первом интервале. Здесь отсутствует вероятностная зависимость последующего течения процесса от предыдущего.

Поток стационарен, если вероятность появления какого то числа событий на интервале времени τ зависит только от длины этого интервала и не зависит от его расположения на оси времени. Для стационарного потока среднее число событий единицы времени постоянно.

Ординарным потоком называется поток, для которого вероятность попадания на данный малый отрезок времени   двух и более требований пренебрежительна мала по сравнению с вероятностью попадания одного требования.

Интенсивностью потока называется предел

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_{>1}(t_0, \Delta t)}{\Delta t} = \lambda(t),$$

где $P_{>0}(t_0, \Delta t)$ - вероятность того, что на интервале $(t_0, t_0 + \Delta t)$ появятся заявки.

Для стационарного потока его интенсивность не зависит от времени и равна среднему числу событий в единицу времени: $\lambda(t) = \lambda$.

Простейшим или пуассоновским потоком называется поток, обладающий тремя свойствами: ординарностью, отсутствием после действия и стационарностью. **Простейший поток** занимает центральное место среди всех потоков: существует предельная теорема, согласно которой сумма большого числа независимых потоков с любым законом распределения приближается к простейшему потоку с ростом слагаемых потоков.

Пуассоновским поток называется потому, что подчиняется пуассоновском закону распределения

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t},$$

Где λ - интенсивность потока,

k - количество событий, появляющихся за время t.

Тогда вероятность появления одного события за малое время dt равна

$$P_1(dt) = \lambda dt e^{-\lambda dt} \approx \lambda dt$$

А вероятность того, что за малое время dt не появится ни одно событие, учитывая условия ординарности, равна

$$P_0(dt) = 1 - \lambda dt$$

Время между двумя последовательными наступлениями событий потока имеет экспоненциальную функцию распределения

$$\Im(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad \text{или} \quad f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Для показательного распределения

$$m_t = \delta_t = \frac{1}{\lambda},$$

где m_t - математическое ожидание,

δ_t - среднеквадратическое отклонение интервалов времени, т.е. среднее время между наступлением событий обратно пропорционально интенсивности потока.

Поток с ограниченным последействием называется поток Пальма, частным случаем которого являются простейший поток, поток Эрланга.

Список литературы:

1. Булатов А.С. и др. Экономика: учеб.- М.: Экономистъ, 2014. - 894 с.
2. Грязнова А.Г., Чечелева Т.В., Бурменко Т.Д. и др. Экономическая теория: Учеб. для вузов / Финансовая акад. при Правительстве Рос. Федерации. - М.: Экзамен, 2014. - 442 с.
3. Макконнелл, К.Р. Экономикс: Принципы, проблемы и политика: Учеб.: Пер. с англ. / Кэмпбелл Р. Макконнелл, Стэнли Л. Брю. - М.: Инфра-М, 2012. - XXXV, 928 С.
4. Бойжигитов, С. К. Совершенствование использования технологии бенчмаркинга в условиях цифровой экономики / С. К. Бойжигитов // Экономика и социум. – 2020. – № 11(78). – С. 527-533.