Абдураимов Достонбек Эгамназар ўғли. Гулистон давлат университети, «Амалий мтематика ва ахборот технологиялари» кафедраси катта ўқитувчиси.
Раҳмонов Самариддин Камолиддин ўғли. Гулистон давлат университети, «Математика» йўналиши 1-босқич талабаси.
Ибрагимов Жавоҳир Аҳмад ўғли. Гулистон давлат университети, «Математика» йўналиши 2-босқич талабаси.

ЛАГРАНЖ ТЕОРЕМАСИ ЁРДАМИДА ТЕНГСИЗЛИКЛАРНИ ИСБОТЛАШ УСУЛЛАРИ

Аннотация: Математика фанида Лагранж теоремаси етакчи ўринлардан бирини эгаллайди. Бу теорема функциялар ўзгаришининг чегараларини аниқлаш, экстремал қийматларни аниқлаш ва турли тенгсизликларни исботлашда муҳим аҳамият касб этади. Лагранж теоремасидан фойдаланган ҳолда Байес теоремасини, Чебишёв, Марков, Ҳинчин, Коши-Буняковский, Юнг ва Минковский каби математик статистика ва математик анализдаги муҳим тенгсизликларни исботлаш мумкин.Байес теоремаси эҳтимоллик назариясида муҳим ўрин тутади ва Лагранж теоремаси ёрдамида унинг исботи келтирилади. Шунингдек, математик статистикадаги бир қатор тенгсизликларнинг исботи ҳам Лагранж теоремасига таянади. Бундан ташқари, математик анализда энг муҳим ҳисобланган баъзи тенгсизликларни ҳам Лагранж теоремаси ёрдамида исботлаш мумкин.

Калит сўзлар: Лагранж теоремаси, Тенгсизлик, исботлаш, Экстремал қийматлар, Функция,, Байес теоремаси, статистика, Чебишёв тенгсизлиги, Марков тенгсизлиги, Ҳинчин тенгсизлиги.

Абдураимов Достонбек. Гулистанский государственный университет, старший преподаватель кафедры «Прикладная математика и информационные технологии».
Раҳмонов Самариддин. Гулистанский государственный университет, студент 1 курса специальности «Математика».
Ибрагимов Жавоҳир. Гулистанский государственный университет, студент 2 курса специальности «Математика».

МЕТОДЫ ДОКАЗАНИЯ НЕРАВЕНСТВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРЕМЫ ЛАГРАНЖА

Аннотация: Теорема Лагранжа занимает одно из ведущих мест в математике. Эта теорема важна при определении пределов преобразований функций, определении крайних значений и доказательстве различных неравенств. Используя теорему Лагранжа, вы можете доказать теорему Байеса, важные неравенства в математической статистике и математическом анализе, такие как Чебышев, Марков, Хинчин, Коши-Буняковский, Юнг и Минковский. Также доказательство ряда неравенств математической статистики опирается на теорему Лагранжа. Кроме того, некоторые из наиболее важных неравенств математического анализа можно доказать с помощью теоремы Лагранжа.

Ключевые слова:Теорема Лагранжа, Неравенство, доказательство, Крайние значения, Функция, Теорема Байеса, статистика, Неравенство Чебышева, Неравенство Маркова, Неравенство Хинчина.

Abduraimov Dostonbek. Gulistan State University, senior lecturer at the Department of Applied Mathematics and Information Technologies.
Rahmonov Samariddin. Gulistan State University, 1st year student majoring in Mathematics.
Ibragimov Javohir. Gulistan State University, 2nd year student majoring in Mathematics.

METHODS OF PROVING INEQUALITIES USING LAGRANGE'S THEOREM

Abstract: Lagrange's theorem occupies one of the leading places in mathematics. This theorem is important in determining the limits of transformations of functions, determining extreme values and proving various inequalities. Using Lagrange's theorem, you can prove Bayes' theorem, important inequalities in mathematical statistics and mathematical analysis such as Chebyshev, Markov, Khinchin, Cauchy-Bunyakovsky, Young and Minkowski. Also, the proof of a number of inequalities in mathematical statistics is based on Lagrange’s theorem. Additionally, some of the most important inequalities in calculus can be proven using Lagrange's theorem.

Key words: Lagrange's theorem, Inequality, proof, Extreme values, Function, Bayes' theorem, statistics, Chebyshev's inequality, Markov's inequality, Khinchin's inequality.

Математика фани доирасида Лагранж теоремаси алоҳида ўрин тутади.Бу теорема функциялар ўзгаришининг чегараларини аниқлашда, шунингдек, турли тенгсизликларни исботлашда муҳим аҳамият касб этади.Лагранж теоремаси функцияларнинг дифференциал ҳисоблашига асосланади ва бу фаннинг энг муҳим назариялари қаторига киради.Лагранж теоремасидан фойдаланган ҳолда кўплаб тенгсизликлар исботланиши мумкин.Жумладан, Байес теоремаси, Чебишёв, Марков, Ҳинчин, Коши-Буняковский, Юнг ва Минковский каби муҳим математик статистика ва математик анализдаги тенгсизликлар ушбу теорема ёрдамида исботланади.Мазкур мавзу талабалар учун жуда муҳим аҳамият касб этади, чунки Лагранж теоремаси математиканинг турли соҳаларида, жумладан, эҳтимоллик назарияси, математик статистика ва математик анализда кенг қўлланилади.Шу сабабли, талабаларнинг математик таҳлил қилиш кўникмаларини ривожлантиришда Лагранж теоремаси муҳим воситадир.

Дастлаб Лагранж теоремасини келтириб ўтайлик:

Теорема. $f(x)$ функция $[a\,;\,b]$ сегментда аниқланган ва узлуксиз бўлсин. Агар бу функция $(a\,;\,b)$ интервалда чекли $f'(x)$ ҳосилага эга бўлса, у ҳолда шундай $c\ (a<c<b)$ нуқта топиладики, бу нуқтада

$$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a} \tag{1}$$

бўлади.

Исбот. Шартга кўра $f(x)$ функция $[a\,;\,b]$ сегментда узлуксиз бўлиб, унинг ички нуқталарида чекли $f'(x)$ ҳосилага эга. Бу функция ёрдамида қуйидаги

$$F(x)=f(x)-f(a)-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)$$

Функцияни тузайлик. Равшанки, бу $F(x)$ функция $[a\,;\,b]$ сегментда аниқланган ва узлуксиз бўлиб, $(a\,;\,b)$ интервалда эса

$$F'(x)=f'(x)-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

ҳосилага эга $F(x)$ функциянинг $x=a$ ва $x=b$ нуқталаридаги қийматларини ҳисоблаймиз: $F(a)=F(b)=0$. Демак, $F(x)$ функция Ролл теоремасининг барча шартларини қаноатлантиради. У ҳолда a ва b орасида шундай $c\ (a<c<b)$ нуқта топиладики, $F'(x)=0$ бўлади. Шундай қилиб,

$$0=F'(c)=f'(c)-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

ва бундан (1) формула келиб чиқади.

Асосий қисм: Қуйидаги тенгсизликни исботланг:

$$\frac{x}{x+1} < \ln(x+1) < x \quad (x>0)$$

Исбот: $f(x)=\ln(x+1)$ функцияни олайлик.Бу функциянинг ҳосиласини топсак

$$f^{'}(x)=\frac{1}{x+1}$$

Юқорида келтириб ўтган Лагранж теоремаси (1) га кўра шундай c сон $(c \in (0\ ;\ x))$ топиладики:

$$f^{'}(c)=\frac{f(x)-f(0)}{x-0}$$

Бундан эса $f(x)=\dfrac{x}{c+1}$ тенгликка эришамиз. Бошқа тарафдан

$$0<c<x \Rightarrow \frac{1}{1+x}<\frac{1}{1+c}<1$$

x мусбат сон эканлигидан, қўштенгсизликни x га кўпайтирамиз:

$$\frac{x}{1+x}<\frac{x}{1+c}<x \Rightarrow$$

$$\frac{x}{1+x}<f(x)<x \Rightarrow$$

$$\frac{x}{1+x}<\ln(x+1)<x \Rightarrow$$

тэнгсизлик исботланди.

Лагранж теоремаси математикада муҳим ўрин тутадиган натижалардан бири бўлиб, кўплаб математик тенгсизликларни исботлашда самарали усул ҳисобланади. Бу теорема функциялар назарияси, оптимизация, тадқиқотлар ва бошқа йўналишларда қўлланилади. Лагранж теорема ёрдамида тенгсизликларни исботлаш усуллари математик фикрлашни ривожлантиришга хизмат қилади. Талабалар ушбу усулларни ўрганиш орқали турли хил математик тенгсизликларни мустақил равишда ечиш кўникмаларига эга бўладилар. Бундан ташқари, Лагранж теорема асосида тенгсизликларни исботлаш методлари талабаларда математик мантиққа асосланган тафаккурни ривожлантиради ва ўрганилаётган мавзулар бўйича чуқур билим ва тушунчаларга эга бўлишларига ёрдам беради. Натижада, талабаларнинг математика фанидан олган билимлари ошиб, уларнинг интеллектуал салоҳияти ривожланади.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Т.Азларов, Ҳ.Мансуров “Математик анализ” 1-қисм, ўқув қўлланма. Тошкент, «Ўқитувчи», 1994.
2. А.Саъдуллаев, Ҳ.Мансуров, Г.Худойберганов, А.Ворисов, Р.Ғуломов “Математик анализ курсидан мисол ва масалалар тўплами” 1-қисм, ўқув қўлланма. Тошкент,«Ўзбекистон»,1993.

3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу.-М.: Наука.1977.
4. Ибрагимов , Ж. (2024). Тригонометрик формулаларнинг лабачевски геометриясидаги ўрни : Тригонометрик формулаларнинг лабачевски геометриясидаги ўрни . MODERN PROBLEMS AND PROSPECTS OF APPLIED MATHEMATICS, 1(01). Retrieved from https://ojs.qarshidu.uz/index.php/mp/article/view/617
5. Раҳмонов, С. (2024). Физик масала ва унинг геометрик ҳолатдаги ечими: Физик масала ва унинг геометрик ҳолатдаги ечими. MODERN PROBLEMS AND PROSPECTS OF APPLIED MATHEMATICS, 1(01). Retrieved from https://ojs.qarshidu.uz/index.php/mp/article/view/616
6. АБДУРАИМОВ, Д. (2023). ТЕРМОЭЛАСТИК ДИНАМИК БОҒЛИҚ МАСАЛАНИНГ СТЕРЖЕНЬ УЧУН МАТЕМАТИК МОДЕЛИ ВА СОНЛИ ЕЧИМИ. Journal of Experimental Studies, 1(1), 3-7.
7. Нафасов ҒА, Абдураимов ДЭ, and Н. М. Усмонов. "ТРАНСВЕРСАЛ ИЗОТРОП ЖИСМ УЧУН ИККИ ЎЛЧОВЛИ ТЕРМОЭЛАСТИК БОҒЛИҚ МАСАЛАНИ СОНЛИ МОДЕЛЛАШТИРИШ ВА УНИНГ ДАСТУРИЙ ТАЪМИНОТИ." ҚарДУ ХАБ: 13.
8. Абдураимов, Д. Э. (2023). ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОГО СОЕДИНЕНИЯ ИЗОТРОПНОГО ПАРАЛИПИПЕДА И ЕЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ. Экономика и социум, (6-1 (109)), 567-573.
9. Seytov, A., Abdurakhmanov, O., Kakhkhorov, A., Karimov, D., & Abduraimov, D. (2024). Modeling of two-dimensional unsteady water of movement in open channels. In E3S Web of Conferences (Vol. 486, p. 01023). EDP Sciences.
10. Mamatov, A., Bakhramov, S., Abdurakhmonov, O., & Abduraimov, D. (2023, October). Mathematical model for calculating the temperature of cotton in a direct-flow drying drum. In AIP Conference Proceedings (Vol. 2746, No. 1). AIP Publishing.