

# ANIQ INTEGRALNI TRAPETSIYALAR USULI YORDAMIDA TAQRIBIY HISOBLASH.

**Ne'matov Asliddin Rabbimqulovich**

**Jizzax politexnika instituti dotsenti**

**Annotatsiya:** Matematik analiz kursidan ma'lumki, agar integral ostidagi funksiya murakkab bo'lsa, tegishli aniq integralni hisoblashni taqribiy usullarini qo'llash lozim bo'ladi. Ushbu maqolada aniq integrallarni taqribiy hisoblashga oid tushunchalar va misollar ko'rib chiqilgan.

**Kalit so'zlar:** taqribiy hisoblash usullari, trapetsiya usuli, bo'laklarga bo'lish, bo'lak uzunliklari.

## APPROXIMATED CALCULATION OF THE DEFINITE INTEGRAL USING THE TRAPEZOID METHOD.

**Ne'matov Asliddin Rabbimqulovich**

**Associate Professor, Jizzakh Polytechnic Institute**

**Annotation:** But the question of finding the initial function is not always easily solved. If the function under the integral is complex, it becomes necessary to apply approximate methods of calculating the corresponding exact integral. This article examines concepts and examples of approximate computation of concrete integrals.

**Keyword:** approximate calculation methods, trapezoidal method, partitioning, slice lengths.

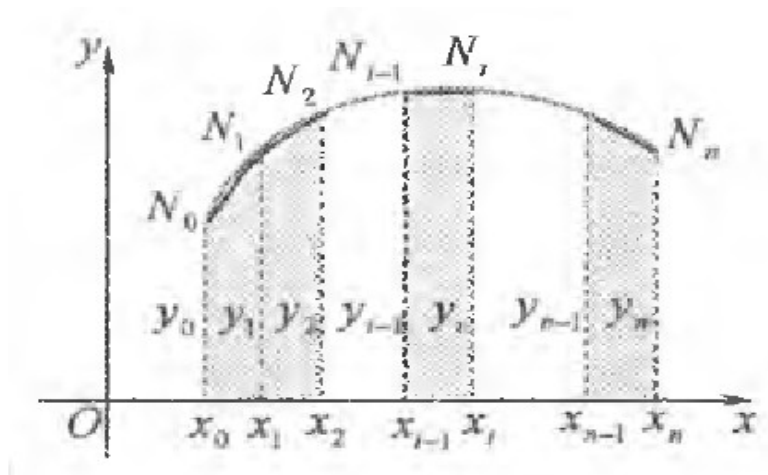
Kundalik hayotimizda uchraydigan ko'p muhandislik masalalarini yechishda aniq integrallarni hisoblashga to'g'ri keladi. Faraz qilaylik,  $\int_a^b f(x)dx$  ni hisoblash talab etilsin. Bu yerda  $f(x) - [a, b]$  kesmada berilgan uzluksiz funksiya. Bu integralni hisoblashda quyidagi formula, ya'ni Nyuton-Leybnits formulasidan foydalaniladi.

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

Bu yerda  $F(x)$  – boshlang'ich funksiya. Agar boshlang'ich funksiya  $F(x)$  ni elementar funksiyalar orqali ifodalab bo'lmasa yoki integral ostidagi funksiya  $f(x)$  jadval ko'rinishda berilsa u holda Nyuton-Leybnits formulasidan foydalanish mumkin emas. Bu holda aniq integralni taqribiy hisoblash formulalari orqali hisoblashga to'g'ri keladi. Elementar funksiyalarda olinmaydigan aniq integrallar amalda taqribiy hisoblash usullari bilan topiladi. Bunday usullardan aniq integralning integral yig'indining limiti haqidagi ta'rifiga va geometrik ma'nosiga asoslangan usullarni ko'rib chiqamiz. Bunda trapetsiyalar usullari yordamida ba'zi integrallarni hisoblaymiz.

$[a, b]$  kesmada uzluksiz  $y=f(x)$  funksiya uchun  $\int_a^b f(x) dx$  integralni hisoblash talab qilingan bo'lsin. Aniqlik uchun barcha  $x \in [a, b]$  da  $f(x)$  funksiya musbat va monoton o'suvchi deb faraz qilamiz.

$[a, b]$  kesmani  $a=x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n=b$  nuqtalar bilan uzunliklari  $\Delta x = \frac{b-a}{n}$  bo'lgan  $n$  ta teng kesmalarga ajratamiz. Bunda berilgan egri chiziqli trapetsiya  $n$  ta to'g'ri chiziqli trapetsiya bilan almashtiriladi.



1-rasm

Bu to'g'ri chiziqli trapetsiyalar har birining yuzasi  $\frac{y_{i-1} + y_i}{2} \Delta x$  ( $i = \overline{1, n}$ ) ga teng. Bu yuzalarning barchasini qo'shib, trapetsiyalar formulasini hosil qilamiz:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n \frac{y_{i-1} + y_i}{2} \Delta x = \frac{b-a}{n} \left( \frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right)$$

Bu formulaning xatoligi  $|\delta_n| \leq \frac{M_2(b-a)^3}{12n^2}$  tengsizlik bilan baholanadi, bu yerda

$$M_2 = \max_{a \leq x \leq b} |f''(x)|.$$

Parabolaning  $(-h; y_{2i-2}), (0, y_{2i-1}), (h; y_{2i})$  nuqtalardan o'tishi shartidan  $y_{2i-2} = Ah^2 - Bh + C, y_{2i-1} = C, y_{2i} = Ah^2 + Bh + C$  kelib chiqadi.

Bundan

$$A = \frac{1}{2h^2} (y_{2i-2} - 2y_{2i-1} + y_{2i}), B = \frac{1}{2h} (y_{2i} - y_{2i-2}), C = y_{2i-1}.$$

Endi  $2i$ -parabolik trapetsiya yuzini aniq integral orqali hisoblaymiz:

$$S_{2i} = \int_{-h}^h (Ax^2 + Bx + C) dx = \left( A \frac{x^3}{3} + B \frac{x^2}{2} + Cx \right) \Big|_{-h}^h = \frac{h}{3} (2Ah^2 + 6C).$$

Formulaga  $A, B, C$  koeffitsiyentlarning qiymatlarini qo'yib, topamiz:

$$S_{2i} = \frac{b-a}{6m} (y_{2i-2} + 4y_{2i-1} + y_{2i}), i = \overline{1, n}.$$

Parabolik trapetsiyalarning yuzlarini qo'shib, izlayotgan integralning taqribiy qiymatini beruvchi formulani hosil qilamiz:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6m} (y_0 + y_{2m} + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2m-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2m-2})).$$

Bu formulaga Simpson formulasi deyiladi.

**1-misol.** Trapetsiya va Simpson formulasi yordamida  $I = \int_0^{10} x^3 dx$  integralni taqribiy qiymatini hisoblang va aniq qiymati bilan taqqoslang.

**Yechish:** Nyuton-Leybnits formulasiga ko'ra  $I = \int_0^{10} x^3 dx = \frac{10^4}{4} - \frac{0^4}{4} = 2500$

Trapetsiya va Simpson formulasini qo'llash uchun  $[0; 10]$  oraliqni 10 ta teng qismga bo'lamiz:

|       |   |   |   |    |    |     |     |     |     |     |      |
|-------|---|---|---|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3  | 4  | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10   |
| $y_i$ | 0 | 1 | 8 | 27 | 64 | 125 | 216 | 343 | 512 | 729 | 1000 |

$I = \int_0^{10} x^3 dx$  integralni trapetsiyalar usulida hisoblaymiz.

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n \frac{y_{i-1} + y_i}{2} \Delta x = \frac{b-a}{n} \left( \frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right) =$$

$$\frac{10-0}{10} (500 + 1 + 8 + 27 + 64 + 125 + 216 + 343 + 512 + 729) =$$

$$2525$$

Endi Simpson formulasi yordamida hisoblaymiz:  $2k=10$ , demak  $k=5$ ,

$$I = \int_0^{10} x^3 dx = \frac{10-0}{10 \cdot 3} [0 + 4(1 + 27 + 125 + 343 + 729) + 2(8 + 64 + 216 + 512) + 1000] = 2500. \quad \text{Demak,}$$

integralning aniq qiymati bilan Simpson formulasi yordamida topilgan qiymati teng ekan, lekin trapetsiya usulida topilgan qiymat bilan biroz farq qildi..

**2-misol.**  $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$  integralning qiymatini trapetsiyalar va Simpson formulasi yordamida toping.

**Yechish.** Nyuton-Leybnits formulasi bo'yicha

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = (\arctg x) \Big|_0^1 = \arctg 1 - \arctg 0 = \frac{\pi}{4} - 0 = \frac{\pi}{4} \approx 0,785.$$

Trapetsiyalar formulasida hisoblaymiz: Bunda,  $0 \leq x \leq 1; n=10$ ;

$$a=0; b=1; h = \frac{b-a}{n} = 0,1; f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

Quyidagi jadvalni tuzamiz:

| $x$ | $x^2$ | $1+x^2$ | $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ | $x$ | $x^2$ | $1+x^2$ | $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ |
|-----|-------|---------|--------------------------|-----|-------|---------|--------------------------|
| 0,0 | 0,00  | 1,00    | 1,0000000                | 0,6 | 0,36  | 1,36    | 0,73522941               |
| 0,1 | 0,01  | 1,01    | 0,9900990                | 0,7 | 0,49  | 1,49    | 0,6711409                |
| 0,2 | 0,04  | 1,04    | 0,9615385                | 0,8 | 0,64  | 1,64    | 0,6097561                |
| 0,3 | 0,09  | 1,09    | 0,9174312                | 0,9 | 0,81  | 1,81    | 0,5524862                |
| 0,4 | 0,16  | 1,16    | 0,8620690                | 1,0 | 1,00  | 2,00    | 0,5000000                |
| 0,5 | 0,25  | 1,25    | 0,8000000                |     |       |         |                          |

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = 0,1 \left( \frac{1+0,5}{2} + 0,9901 + 0,9615 + 0,9174 + 0,8621 + 0,8 + 0,7353 + 0,6711 + 0,6098 + 0,5525 \right) = 0,78498$$

Endi Simpson formulasi bo'yicha taqribiy yechamiz. Bu yerda

$$0 \leq x \leq 1; n=10; a=0; b=1; h=\frac{b-a}{n}=0,1; f(x)=\frac{1}{1+x^2}$$

Simpson formulasi asosida yechimni quyidagicha topamiz:

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} =$$

$$\frac{h}{3} [(y_0 + y_{10}) + 4(y_1 + y_3 + y_5 + y_7 + y_9) + 2(y_2 + y_4 + y_6 + y_8)] =$$

$$\frac{0,1}{3} [1 + 0,5 + 4(0,9900990 + 0,9174312 + \dots + 0,5524862 + 2 \cdot (0,9615385 + \dots + 0,6097561))] = 0,7853981.$$

Trapetsiyalar formulasida qiymat 0,78498 Simpson formulasida esa 0,7853981 ga teng bo'ldi. Bundan ko'rinadiki, unchalik katta bo'lmagan farqqa ega qiymatlar hosil bo'ldi.

Xulosa o'rnida aytish mumkinki, yuqoridagi tahlillardan ko'rinadiki, agar integral ostidagi funksiya murakkab bo'lsa, tegishli aniq integralni hisoblashni taqribiy usullarini qo'llash lozim bo'ladi.

### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati.

1. Sh.R.Xurramov. Oliy matematika. Toshkent-2018. 1-jild.
2. A.Gaziyev, I isroilov, M.Yaxshiboyev "Matematik analizdan misol va masalalar" o'quv qo'llanmasi.
3. Ne'matov A. Darajali qatorlar yordamida funksiya qiymatini taqribiy hisoblash //sambhram xabarnomasi. – 2024. – T. 1. – №. 1. – C. 168-170.