УДК: 681.5, 316.4, 330.43

Соловьёв А.С.,
Россия, г. Ростов-на-Дону,

СПЕКТРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОБЪЕКТА ПРИ РАСПОЗНАВАНИИ ЕГО ОБРАЗА

Аннотация: *В работе предлагается методы распознавания образов сложных систем путём сведения их к цепным комплексам, когда объекты и их структурные элементы понимаются как качественно определённые количества. В построении результатов анализа неявно использовано основное метрическое тождество* (*тождество Пифагора*).

Ключевые слова: *количество, качество, основное метрическое тождество, разбиение, кластеры, собственные функции и собственные значения, оценки*

Solovyov A.S., Russia, Rostov-on-don

SPECTRAL REPRESENTATION OF AN OBJECT WHEN RECOGNIZING ITS IMAGE

Abstract: *The paper proposes methods for recognizing images of complex systems by reducing them to a chain complex, when objects and their structural elements are understood as qualitatively defined quantities. The basic metric identity (the Pythagorean identity) is implicitly used in the construction of the analysis results.*

Keywords: *quantity, quality, basic metric identity, partitioning, clusters, eigenfunctions and eigenvalues, estimates*

Когда говорят об объекте, то его описывают некоторым конечным набором признаков, свойств. Эти свойства представляют не сам объект, а некоторую его модель, его отражение, абстрактный образ. Причём, так как один и тот же объект может описываться бесконечным множеством свойств, то каждый наблюдатель может формировать свой образ наблюдаемой.

Наблюдатель, выбирая при описании объекта ограниченный набор признаков, формирует своё признаковое пространство, в которое и проецирует объект наблюдения. Задача "распознавание образов — это отнесение исходных данных к определенному классу с помощью выделения существенных признаков, характеризующих эти данные, из общей массы данных" (wiki) и, в общем виде, задача распознавания сводится к задаче разбиения множества объектов на классы и отнесения наблюдаемой к определённому классу.

Если исходить из того, что любой объект x суть качественно Ψ определённое количество a

$$x = a\Psi = \Psi a, \quad (1)$$

а их единство заключено в скалярной мере D

$$D(x) = x^2 \quad (2)$$

так, что

$$D(x) = D(\Psi a) = D(\Psi)D(a), \quad (3)$$

$$D(\Psi) = \Psi^2 = 1, \quad (4)$$

$$D(a) = a^2, \quad (5)$$

то функционально состояние определяется отношением

$$x = x(\Psi, a, \sigma), \quad (6)$$

где величина $\sigma = \sqrt{D}$ дистанционная функция. Присутствие в выражении (6) метрической функции связано с отражением в образе абстракции наблюдателя посредством выбора им измерительного эталона.

Задачу распознавания объекта можно рассматривать как взаимно двойственную. С одной стороны, объект воспринимается как некая агрегация, как точка, из которой, в соответствие с описанием свойств эталона наблюдателя, выделяется система описания его свойств и проводится дезагрегация до её сравнения со свойствами эталона, что даёт возможность отнести объект к определённому классу. С другой стороны, объект как абстрактный набор свойств проходит агрегацию в соответствии со свойствами эталона и в агрегатном виде относится к определённому классу. Эти процедуры можно представить в виде следующих диаграмм – спектров прямого и обратного

$$0 \to x \xrightarrow{\alpha} L_0 \xrightarrow{\pi_0^1} L_1 \xrightarrow{\pi_1^2} \dots \xrightarrow{\pi_m^{m+1}} L_m \to 0, \quad 0 \to L_m \xrightarrow{\pi_m^{m-1}} \dots \xrightarrow{\pi_2^1} L_1 \xrightarrow{\pi_1^0} L_0 \xrightarrow{\alpha} x \to 0, \quad (7)$$

соответственно.

Оба спектра будем обозначать одним выражением

$$S^{|M|} = \{L_k, \pi_k^l, M\}, \tag{8}$$

полагая при этом для прямого спектра (просто спектра), $k < l$, для обратного спектра $k > l$, k, $l \in M$ и $|M| = m$. И в дальнейшем называть их просто спектрами.

Каждый слой L_k спектра является совокупностью горизонтально независимых объектов $x_s \in L_k$, $s \in N_k$, $|N_k| = n_k$, $k \in M$, т.е. качественно определённых количеств (1) с независимыми свойствами

$$x_s = a_s \Psi_s, \quad \Psi_s \Psi_t = \delta_{st} = \begin{cases} 1, \text{при } s = t; \\ 0, \text{при } s \neq t. \end{cases} \tag{9}$$

В таком представлении спектры состоят их множества объектов X и множества связей между ними π, морфизмов, и их можно отнести к малым категориям

$$\mathcal{K} = (X, \pi). \tag{10}$$

Тогда состояние объекта x определяется функтором на этой категории

$$x = x(\mathcal{K}) = (\Phi, A), \tag{11}$$

т.е. спектр (8) будет подкатегорией универсальной категории (11). Его элементы $x_s = \Psi_s a_k^l \uparrow$ будут объектами категории (11), проекции $a_k^l = x(\pi_k^l) \in A$ – её морфизмами, а объекты $\Psi_s \in \Phi$ – её структурными элементами качества. При этом, объект x и семейство морфизмов $\Phi_k: x \to x(L_k), k \in M$, будет пределом спектра $S^{|M|}$ в категории (11), если $\pi_k^l \pi_l = \pi_k$ для всех $k,l \in M$, $k \leq l$, и для любого другого объекта $y \in y(\mathcal{K})$ и семейства

морфизмов $f_l: y \to y(L_l)$, со свойством $y(\pi_k^l f_l) = y(f_k)$ существует такой единственный морфизм $f: y \to x$, что$f_k = \pi_k f$ для всех $k \in M$. Обозначается этот предел $\lim_{\mathcal{K}} S^{|M|}$, или $\lim S^{|M|}$, [1, стр. 67]. Морфизм π_k называется сквозной проекцией.

Сквозная проекция π_s фиксирует при абстрагировании свойств объекта $x = x(\mathcal{K})$ на уровне L_k локальный объект $x_s \in x(L_k)$ с уникальной собственной функцией качества Ψ_s, которая в аффинном пространстве $A^{|L_k|}$ фиксирует локальную координатную ось, на которой данная функция качества в соответствие с метрикой (4) выполняет роль единицы масштаба. Проекция объекта как абстрактной точки на эту ось даёт собственное значение a_s для локального объекта $x_s = a_s\Psi_s$, количественную величину качества Ψ_s, содержащегося в агрегатной величине объекта x и, как следствие, на качественном k-уровне абстракции агрегатный объект представляется симплексом

$$x = x_1 + x_2 + \cdots + x_{n_k}, \quad x_s \epsilon x(L_k), \quad n_k = |L_k|, \tag{12}$$

из которого находим, что в барицентрических координатах качество в состоянии x описывается выпуклой линейной комбинацией

$$\Psi = \alpha^1\Psi_1 + \alpha^2\Psi_2 + \cdots + \alpha^{n_k}\Psi_{n_k}, \quad \alpha^s = a_s/a, \tag{13}$$

$$\sum\nolimits_{j\in N_k} \alpha^s = 1, \quad \alpha^s > 0, \quad s \in N_k = 1,2, \dots, n_k.$$

Локальные функции качества Ψ_s на k-ом уровне в иерархии абстрагирования являются прообразами элементов фактор-множеств расслоения l-го слоя (k < l). Дифференцированность качества даёт возможность топологически представить объект градуированным пучком в абелевой категории (10) и на его стандартной основе (13) проводить оценку качества бинарного соответствия (x, y) состояний одного объекта, либо определённой группы $x, y \in X$.

Пусть

$$x = x(\mathcal{K}) = (\Psi, A) = \Psi a, \quad y = y(\mathcal{K}) = (\Phi, B) = \Phi b. \tag{14}$$

Если рассматривать данные состояния в евклидовом пространстве, в котором метрика порождается скалярным функционалом (2), то тензорное произведение величин (14) имеет представление

$$xy = ab\exp(i\theta/h). \tag{15}$$

При фиксации элемента y как измерительный эталон, для текущего состояния наблюдаемой по отношению эталона получаем выраженную в радианах масштабированную фазовую оценку:

$$\theta = -h\, arctg\, \frac{|x \times y|}{x \cdot y}. \tag{16}$$

И выражение (15) для состояния принимает квазиклассический вид в форме кватерниона

$$x = a\exp(-\,i\theta/h). \tag{17}$$

Если фиксировать эталон (пусть это соответствует значению $\theta = 0$), то при качественном изменении наблюдаемой на временном горизонте заключаем, что собственное значение состояния не изменяется, меняется только его фазовая характеристика

$$\theta = \theta(t). \tag{18}$$

Ограничиваясь в (18) малыми возмущениями $\theta(t) = \lambda t$, приходим к описанию динамики наблюдаемой в стационарных условиях

$$x = a\exp\left(-\,i\frac{\lambda}{h}t\right). \tag{19}$$

Видим, что состояние при сохраняющемся собственном значении имеет зависящее от времени качество, определяемое собственной функцией

$$\Psi(t) = \exp\left(-\,i\frac{\lambda}{h}t\right), \tag{20}$$

которая удовлетворяет волновому уравнению

$$ih\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \lambda\Psi. \tag{21}$$

Заключаем, что характеристика качества принимает форму волны де Бройля; состояние (17) наблюдаемой связано с её энергетическими особенностями и приобретает корпускулярно-волновой дуализм [2]; при дифференциации качества в виде цепного комплекса заключаем, что её представление как на любом слое, так и на фактор-множествах при отражении модулей описывается рядом Дирихле.

Использованные источники.

1. Федорчук В.В., Филиппов В.В. Общая топология //Изд. МГУ, 1988.
2. Соловьёв А.С. К корпускулярно-волновой интерпретации материи //ж. "Экономика и социум", № 2(33),2017, www.iupr.ru