ВЫПОЛНЕНИЕ ЗНАКОВ ДЕЛЕНИЯ В НЕКОТОРЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ *IMPLEMENTATION OF DIVISION SIGNS IN SOME NUMBER SYSTEMS*

Жуманиёзов Кудрат Сапоевич[1,a]

[1]*кандидат педагогических наук,* ***доцент Ориентал университета,***

Kudrat Sapoyevich Jumaniozov

Oriental University associate professor

Пулатов Бахрам Нигматович

кандидат физико-математических наук, ***доцент Ориентал университета,***

Pulatov Bakhram Nigmatovich

Oriental University associate professor

Данная статья посвящена признакам деления чисел в некоторых системах счисления: в ней приводится признак деления на 2 в системах счисления с основанием 3, 4, 5, 6, на 3 в системах счисления с основанием 4, 5, 6 и на четыре в шестеричной системе счисления.

Ключевые слова: *методика, метод, число, цифра, система счисления, признаки деления.*

This article is devoted to the criteria for divisibility of numbers: by 2 in number systems with a base of 3,4,5,6. , by 3 in base 5, 6 and by 4 in base 6.

Key words: *methodology, method, number, digit, number system, signs of division.*

На курсах бакалавриата высших учебных заведений тема систематических чисел преподается студентам 3 курса. При решении задач и примеров по математике студенты знакомятся с систематическими числами, позиционными и непозиционными системами счисления с выполнением на них арифметических действий. Но о признаках деления в систематических числах они не информированы. В данной статье рассматриваются признаки деления в некоторых системах счисления.

В многовековом развитии разные народы использовали резко отличающиеся друг от друга системы счисления. Десятичная система счисления, используемая в нашей повседневной жизни, спустя несколько столетий приобрела нынешний облик.

Например, очень широко использовалась 12-десятичная система счисления. В его происхождении, безусловно, большое значение имеет естественный вычислительный инструмент − наша рука. В отличии от большого пальца, остальные четыре пальца, имеют по 3 сустава каждый, то есть всего 12 суставов. Следы этой системы счисления сохранились до сих пор.

Например, у англичан единица измерения длины: 1 фут = 12 дюймов =30 см, денежная единица: 1 шиллинг = 12 пенсов.

В основном мы используем десятичную систему счисления. Но, в системах счисления, отличных от десятичной системы счисления для обозначения чисел используются арабские цифровые символы. Например, в пятеричной системе счисления используются цифры 0, 1, 2, 3, 4, а в семеричной системе счисления цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

В вычислительной технике и программировании используются системы счисления с основанием, равным 2, 8 и 16.

Система счисления – это удобный способ записи чисел для чтения и выполнения арифметических операций.

За основу системы счисления можно взять не только 10 и 60, но и произвольное натуральное число р больше единицы.

Организация систем счисления практически идентична. Принимая за основу p – систему счисления, произвольное число N представляется в виде:

$$N = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p^1 + a_0 p^0 + a_{-1} p^{-1} + \ldots + a_{-m} p^{-m}$$

Число, выраженное в виде многочлена также можно записать как

$$(a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0 a_{-1} \ldots a_{-m})_p$$

(n и m-количество разрядов целой и дробной части числа).

В таком представлении числа каждое числовое значение отличается в зависимости от его положения. Например, в десятичной системе счисления числа 98327 цифра 7 – представляет единичную, цифра 2 – десятичную, цифра 3 – сотую, цифра 8 – тысячную, цифра 9 – десяти тысячную (этот случай только в десятичной системе счисления).

$$98327 = 9 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

В другой системе счисления на основе р цифры a_0, a_1, a_2 ... обозначают значения a_0, a_1p, a_2p^2,... .

Системы счисления, построенные таким образом, называются позиционными системами счисления.

В позиционной системе счисления целые числа образуются по следующему закону: следующее число образуется путем сдвига последней цифры справа от предыдущего числа; если при сдвиге число становится 0, то число слева от этого числа сдвигается.

Используя этот закон, мы создадим первые 10 целых чисел:

* В двоичной системе счисления: 0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001

* В троичной системе счисления: 0, 1, 2, 10, 11, 12, 20, 21, 22, 100

* В пятеричной системе счисления: 0, 1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14;

* В восьмеричной системе счисления: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11.

Позиционная система счисления широко используется в повседневной жизни благодаря своему удобству.

Для записи чисел в десятичной системе счисления используются десять символов: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Эти символы называются цифрами.

Например: 8; 18; 8 - это и число и цифра. 18 - это не цифра, это число, состоящее из цифр 1 (один) и 8 (восемь). Каждая цифра в записи приведенных выше чисел имеет разное значение в зависимости от занимаемого им места. В частности, в записи 524 (пятьсот двадцать четыре) цифра 4 означает, что в этом числе четыре единицы, цифра 2 означает, что в этом числе два десятка, а цифра 5 означает, что в этом числе пять сотен. То есть

$$524=5*100+2*10+4*1;$$

$$62703=6*10000+2*1000+7*100+0*10+3\,1$$

Такой способ записи чисел с помощью десяти цифр называется "десятичной системой счисления". Как известно, в десятичной системе счисления есть признаки деления, опираясь на эти правила мы приведем данные для других систем счисления. Опираясь на эти данные, читатель может легко решить примеры, которые намного сложнее в системах счисления.

В троичной системе счисления признак деления на 2:

Числа, сумма цифр которых делится на 2, делятся на 2 и наоборот. [2]

Доказательство:

$$N=\overline{a_n a_{n-1}\dots a_1 a_0}=3^n a_n+3^{n-1}a_{n-1}+\dots+3a_1+a_0=$$
$$=(2+1)^n a_n+(2+1)^{n-1}a_{n-1}+\dots+(2+1)a_1+a_0=\left|(c+1)^n=cm+1\right|=$$
$$=2m_n a_n+2m_{n-1}a_{n-1}+\dots+2m_1 a_1+(a_0+a_1+\dots+a_n)$$

если учесть, что каждый член этой суммы делится на 2 то и число $(a_0+a_1+\dots+a_n)\,\vdots\,2$ делится на 2.

Пример: 102201121_3 это число в троичной системе счисления делится на 2 без остатка. Потому что сумма чисел (101_3) делится на 2 без остатка.

Считается, что ноль делится на все числа.

$n+1$ значное число состоящее из цифр $a_n a_{n-1}\dots a_1 a_0$ запишем в виде $N=\overline{a_n a_{n-1}\dots a_1 a_0}$.

Признаки деления на 3 в четверичной системе счисления:

Числа, сумма цифр которых делится на 3, делятся на 3 и наоборот.

Доказательство:

$$N=\overline{a_n a_{n-1}\dots a_1 a_0}=4^n a_n+4^{n-1}a_{n-1}+\dots+4a_1+a_0=$$
$$=(3+1)^n a_n+(3+1)^{n-1}a_{n-1}+\dots+(3+1)a_1+a_0=\left|(c+1)^n=cm+1\right|=$$
$$=3m_n a_n+3m_{n-1}a_{n-1}+\dots+3m_1 a_1+(a_0+a_1+\dots+a_n)$$

если учесть, что каждый член этой суммы делится на 3, то должен быть $(a_0+a_1+\ldots+a_n)\,\vdots\,3$.

Пример: 3010220112_4 это число делится на 3 без остатка. Потому что сумма чисел (30_4) делится на 3 без остатка.

Признаки деления на 2 в четверичной системе счисления:

Числа, последняя цифра которых заканчивается на 0 или 2, и только они делятся на 2.

Доказательство: $N=\overline{a_n a_{n-1}\dots a_1 a_0}=4^n a_n+4^{n-1}a_{n-1}+\dots+4a_1+a_0$

если учесть, что каждый член этой суммы делится на 2, то должен быть $a_0\,\vdots 2$

Пример : 3010220112_4 можно сделать вывод что это число делится на 2 без остатка, поскольку последняя цифра равна 2.

Признаки деления на 4 в пятеричной системе счисления:

Числа, сумма чисел которых делится на 4, делятся на 4 и наоборот.

Доказательство:

$$N=\overline{a_n a_{n-1}\dots a_1 a_0}=5^n a_n+5^{n-1}a_{n-1}+\dots+5a_1+a_0=$$
$$=(4+1)^n a_n+(4+1)^{n-1}a_{n-1}+\dots+(4+1)a_1+a_0=\left|(c+1)^n=cm+1\right|=$$
$$=4m_n a_n+4m_{n-1}a_{n-1}+\dots+4m_1 a_1+(a_0+a_1+\dots+a_n)$$

если учесть, что каждый член этой суммы делится на 4, то и $(a_0+a_1+\ldots+a_n)\,\vdots\,4$ число должен делится на 4.

Пример : 1420131_5 это число делится на 4 без остатка. Потому что сумма чисел (202_5¿ [1] делится на 4 без остатка.

Признаки деления на 3 в пятеричной системе счисления:

Если разность суммы цифр четных номеров и суммы цифр нечетных номеров числа делится на 3, такие числа делятся на 3.

Доказательство:

$$N=\overline{a_n a_{n-1}\ldots a_1 a_0}=5^n a_n+5^{n-1}a_{n-1}+\ldots+5a_1+a_0=\left|\begin{matrix}¿(5^{2n}-1)\vdots 3,(5^{2n-1}+1)\vdots 3\Rightarrow\\ ¿\Rightarrow \text{если количество слагаемых } 2n\end{matrix}\right|=¿$$

$$¿(5^{2n}-1)a_{2n}+(5^{2n-1}+1)a_{2n-1}+\ldots(5+1)a_1+(a_0+a_2+\ldots a_{2n})-(a_1+a_3+\ldots+a_{2n-1})$$

если учесть, что каждый член этой суммы делится на 3, то и $(a_0+a_1+\mathrm{K}+a_n)\mathrm{M}$ число должен делится на 3.

Пример: 40402202_5 это число делится на 3 без остатка. Потому что если из суммы цифр четных мест (20_5), вычитать сумму цифр нечетных мест числа, т.е., ($20_5-4_5=11_5$) делится на 3 без остатка.

Признаки деления на 2 в пятеричной системе счисления:

Числа, сумма чисел которых делится на 2, делятся на 2 и наоборот.

Доказательство:

$$N=\overline{a_n a_{n-1}\ldots a_1 a_0}=5^n a_n+5^{n-1}a_{n-1}+\ldots+5a_1+a_0=$$
$$=(4+1)^n a_n+(4+1)^{n-1}a_{n-1}+\ldots+(4+1)a_1+a_0=\left|(c+1)^n=cm+1\right|=$$
$$=4m_n a_n+4m_{n-1}a_{n-1}+\ldots+4m_1 a_1+(a_0+a_1+\ldots+a_n)$$

если учесть, что каждый член этой суммы делится на 2, то должен быть $(a_0+a_1+\ldots+a_n)\vdots 4$.

Пример: 1420131_5 это число делится на 2 без остатка. Потому что сумма чисел (202_5¿ делится на 2 без остатка.

Признаки деления на 5 в шестиричной системе счисления:

Числа, сумма чисел которых делится на 5, делятся на 5 и наоборот

Доказательство:

$$N=\overline{a_n a_{n-1}\ldots a_1 a_0}=6^n a_n+6^{n-1}a_{n-1}+\ldots+6a_1+a_0=$$
$$=(5+1)^n a_n+(5+1)^{n-1}a_{n-1}+\ldots+(5+1)a_1+a_0=\left|(c+1)^n=cm+1\right|=$$
$$=5m_n a_n+5m_{n-1}a_{n-1}+\ldots+5m_1 a_1+(a_0+a_1+\ldots+a_n)$$

если учесть, что каждый член этой суммы делится на 5, то должен быть $(a_0+a_1+\ldots+a_n) \vdots 4$.

Пример: 54501343_6 это число делится на 5 без остатка. Потому что сумма чисел (41_6¿ делится на 5 без остатка.

Признаки деления на 4 в шестеричной системе счисления:

Если двузначное число, состоящее из двух последних цифр, делится на 4, то само число также делится на 4.

Доказательство:

$$N=\overline{a_n a_{n-1}\ldots a_1 a_0}=6^n a_n+6^{n-1}a_{n-1}+\ldots+6a_1+a_0=\left|6^2 \vdots 4\right|=6^n a_n+6^{n-1}a_{n-1}+\ldots+6^2 a_2+\overline{a_1 a_0}$$

если учесть, что каждый член этой суммы делится на 4, то должен быть $\overline{a_1 a_0} \vdots 4$

Пример: 504032_6 это число делится на 4 без остатка. Потому что 2-значное число состоящее из последних двух цифр делится на 4.

Признаки деления на 3 в шестеричной системе счисления:

Числа, последняя цифра которых заканчивается на 0 или 3, и только они делятся на 3.

Доказательство:

$$N=\overline{a_n a_{n-1}\ldots a_1 a_0}=6^n a_n+6^{n-1}a_{n-1}+\ldots+6a_1+a_0$$

если учесть, что каждый член этой суммы делится на 3, то должен быть $a_0=0$ или $a_0=3$.

Пример: 504033_6 это число делится на 3 без остатка, поскольку последняя цифра равна 3, можно сделать такой вывод. Другой пример 30542130_6 число также делится на 3 в той же системе счисления без остатка. Потому что, последняя цифра равна 0.

Числа, сумма чисел которых делится на g-1, делятся на g-1 и наоборот. [3]

Доказательство:

$$N = \overline{a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0} = g^n a_n + g^{n-1} a_{n-1} + \ldots + g a_1 + a_0 =$$
$$= (g-1+1)^n a_n + (g-1+1)^{n-1} a_{n-1} + \ldots + (g-1+1) a_1 + a_0 = \left| (c+1)^n = cm+1 \right| =$$
$$= (g-1) m_n a_n + (g-1) m_{n-1} a_{n-1} + \ldots + (g-1) m_1 a_1 + (a_0 + a_1 + \ldots + a_n)$$

если учесть, что каждый член этой суммы делится на g-1, то должен быть $(a_0 + a_1 + \ldots + a_n) \vdots (g-1)$.

Таким же образом определяются признаки деления остальных систем счисления. Изучение признаков деления в таких системах счисления направлено на повышение интереса учащихся к математике, участие в математических кружках, математических вечерах, факультативных занятиях, развитие математического мышления учащихся.

Литература:

1. Q.Jumaniyozov, G.Muhammedova “Matematikadan misol va masalalar yechish metodikasi” O‘quv qo‘llanma T: «Brok class servis».2014 y

2. R.N.Nazarov. B.T.Toshpulatov. A.D.Do‘simbetov. “Algebra va sonlar nazariyasi” 2-qism T. O‘qtuvchi 1996 y.

3. Iskandarov R.I. Nazarov .R “Algebra vasonlar nazariyasi” 2-qism T. O‘qiyuvchi 1976y.

4. Куликов Л.Я. “Алгебра И теория чисел “ Высшая школа 1976й.