KVADRAT TENGLAMALARGA DOIR BA'ZI MASALALARNI YECHISHDA VIET TEOREMASINING O'RNI.
РОЛЬ ТЕОРЕМЫ ВИЕТА В РЕШЕНИИ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ.
THE ROLE OF VIET'S THEOREM IN SOLVING SOME PROBLEMS ON QUADRATIC EQUATIONS.

Haydarov M. A. – assistent, Andijon qishloq xo'jaligi va agrotexnalogiyalar instituti
Хайдаров М.А. – ассистент, Андижанский институт сельского хозяйства и агротехнологий
Haydarov M. A. – assistant, Andijan Institute of Agriculture and Agrotechnologies

Annotatsiya: Maqolada Viet teoremasi va uning tadbiqlari haqidagi muhim tushinchalar keltirib o'tilgan. Viet teoremasidan foydalanib kvadrat tenglamaning ildizlarini va tenglamada berilgan parametrlarni oson aniqlash bo'yicha tushunchalar keltirilgan. Shuningdek, keltirilgan tushunchalarning amaliy masalalarga qo'llanilishi keltirib o'tilgan.

Аннотация: В статье упоминаются важные понятия о теореме Виета и ее приложениях. Идеи для простого определения корней квадратного уравнения и параметров, заданных в уравнении, представлены с использованием теоремы Виета. Также упоминается применение представленных концепций к практическим вопросам.

Annotation: The article mentions important concepts about Vieta's theorem and its applications. Ideas for easily determining the roots of a quadratic equation and the parameters given in the equation are presented using Vieta's theorem. Application of the presented concepts to practical issues is also mentioned.

Kalit so'zlar: Viet teoremasi, ozod xad, kvadrat tenglama, ildiz, yechim, pa, rekkerent qoida, qisqa ko'paytirish formulasi, ratsional tenglama.

Ключевые слова: Теорема Вьета, свободный радикал, квадратное уравнение, корень, решение, ра, правило рекуррентности, формула краткого умножения, рациональное уравнение.

Keywords: Viet's theorem, free function, quadratic equation, root, solution, pa, recurrence rule, short multiplication formula, rational equation.

$ax^2 + bx + c = 0$ tenglamada tenglikning chap va o'ng tomonlarini a ga bo'lamiz natijada quyidagi tenglama hosil bo'ladi:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \quad .$$

Bu tenglamada $\frac{b}{a} = p$ va $\frac{c}{a} = q$ bo'lsin. Hosil bo'lgan tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$x^2 + px + q = 0.$$

Bu tenglama keltirilgan kvadrat tenglama deb ataladi. Keltirilgan kvadrat tenglamada birinchi koeffitsiyent doim birga teng bo'ladi.

Masalan: $4x^2 - 3x - 1 = 0$ *tenglamani keltirilgan kvadrat tenglama ko'rinishida yozish uchun tenglikning chap va o'ng tomonlarini 4 ga bo'lamiz va quyidagiga ega bo'lamiz:*

$$x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{1}{4} = 0$$

Viyet teoremasi. $x^2 + px + q = 0$ keltirilgan kvadrat tenglamaning haqiqiy ildizlari mavjud bo'lib, ular x_1 va x_2 bo'lsin. Bu ildizlarning yig'indisi tenglamadagi ikkinchi koeffitsiyentning qarama-qarshisiga, ularning ko'paytmasi esa ozod hadga teng bo'ladi, ya'ni

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{cases}$$

tengliklar o'rinli bo'ladi.

Masalan: $x^2 - 6x + 4 = 0$ *tenglamaning ildizlari* x_1 va x_2 *teng bo'lsa,* $x_1^2 + x_2^2$ *ni toping.*

Yechish: *Viyet teoremasiga asosan bu tenglamada*

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \cdot x_2 = 4 \end{cases}$$

munosabatlar o'rinli. Qisqa ko'paytirish formilasiga asosan quyidagini yozish mumkin:

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 6^2 - 2 \cdot 4 = 28$$

Viyet teoremasiga teskari teorema. Agar x_1 va x_2 sonlari uchun

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{cases}$$

munosabatlar bajarilsa, u holda x_1 va x_2 sonlari $x^2 + px + q = 0$ keltirilgan kvadrat tenglamaning ildizlari bo'ladi.

Masalan: *Ildizlari* $2 - \sqrt{2}$ *va* $2 + \sqrt{2}$ *teng bo'lgan kvadrat tenglama tuzing.*

Yechish: $2 - \sqrt{2}$ *va* $2 + \sqrt{2}$ *sonlari* $x^2 + px + q = 0$ *ko'rinishdagi kvadrat tenglamaning ildizlari bo'lganligi uchun quyidagi tengliklar o'rinli:*

$$\begin{cases} 2 - \sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} = -p \\ (2 - \sqrt{2}) \cdot (2 + \sqrt{2}) = q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -4 \\ q = 2 \end{cases}.$$

Demak, izlangan tenglama

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

ko’rinishda bo’ladi.

$P(x) = 0$ tenglamada noma’lum sonning darajasi ikkidan katta butun sonlar bo’lsa bunday tenglama yuqori darajali tenglama deyiladi.

Yuqori darajali tenglamalarning ildizlarini topishda yangi o’zgaruvchi kiritish yoki ko’paytuvchilarga ajratish usullari qo’llaniladi.

$ax^4 + bx^2 + c = 0$ tenglama bikvadrat tenglama deb ataladi. Bikvadrat tenglamaning ildizlarini topishda $x^2 = t$ yangi o’zgaruvchi kiritilib,

$at^2 + bt + c = 0$

ko’rinishdagi kvadrat tenglama hosil qilinadi.

t_1 va t_2 $at^2 + bt + c = 0$ kvadrat tenglamaning ildilari bo’lsin.

$t_1 > 0$ va $t_2 > 0$ bo’lganda $ax^4 + bx^2 + c = 0$ bikvadrat tenglama to’rtta haqiqiy ildizga ega bo’ladi va bu ildizlarning yig’indisi nolga teng bo’ladi.

$x^2 = t_1 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{t_1}$;

$x^2 = t_2 \Rightarrow x_{3,4} = \pm\sqrt{t_2}$.

$t_1 > 0$ va $t_2 = 0$ bo’lganda $ax^4 + bx^2 + c = 0$ bikvadrat tenglama uchta haqiqiy ildizga ega bo’ladi va ulardan biri nolga tengdir.

$x^2 = t_1 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{t_1}$; $x^2 = 0 \Rightarrow x_3 = 0.$

$t_1 > 0$ va $t_2 < 0$ bo’lganda $ax^4 + bx^2 + c = 0$ bikvadrat tenglama ikkita haqiqiy ildizga ega bo’ladi.

$x^2 = t_1 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{t_1}$;

$t_1 < 0$ va $t_2 < 0$ bo’lganda $ax^4 + bx^2 + c = 0$ bikvadrat tenglama haqiqiy ildizlarga ega bo’lmaydi.

$t_1 = 0$ va $t_2 < 0$ bo’lganda $ax^4 + bx^2 + c = 0$ bikvadrat tenglama bitta haqiqiy ildizga ega bo’ladi va bu ildiz nolga teng bo’ladi.

$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$;

Masalan: $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ *tenglamani yeching.*

Yechish: *bu tenglamada* $x^2 = t$ *belgilash kiritib,*

$t^2 - 10t + 9 = 0$

kvadrat tenglamani hosil qilamiz va bu tenglamaning ildizlari $t_1 = 1$ *va* $t_2 = 9$ *ga teng. Topilganlarni belgilashga olib borib qo’yib, quyidagi ildizlarni aniqlaymiz:*

$x^2 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 1$;

$x^2 = 9 \Rightarrow x_{3,4} = \pm 3$.

Ba’zi yuqori darajali tenglamalarda ma’lum algebraik ifodani yangi o’zgaruvchi bilan belgilab olish mumkin va kvadrat tenglama ko’rinishiga o’tib olinadi.

Masalan: $x^2+\frac{16}{x^2}+x-\frac{4}{x}-28=0$ *tenglamaning ildizlari yig'indisini toping.*

Yechish: *bu tenglamada*

$$x^2+\frac{16}{x^2}=\left(x-\frac{4}{x}\right)^2+2\cdot x\cdot\frac{4}{x}=\left(x-\frac{4}{x}\right)^2+8$$

ekanligidan, tenglamani quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$\left(x-\frac{4}{x}\right)^2+8+x-\frac{4}{x}-28=0 \;\Rightarrow\Rightarrow\; \left(x-\frac{4}{x}\right)^2+x-\frac{4}{x}-20=0.$$

Hosil bo'lgan tenglamada $x-\frac{4}{x}=t$ *yangi o'zgaruvchi kiritilib,*

$$t^2+t-20=0$$

kvadrat tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglamaning ildizlari $t_1=-5$ *va* $t_2=4$ *ni aniqlab, belgilashga olib borib qo'yamiz va quyidagi kvadrat tenglamalarni hosil qilamiz:*

$$\begin{array}{c|c} x-\frac{4}{x}=-5 & x-\frac{4}{x}=4 \\ x^2+5x-4=0 & x^2-4x-4=0 \end{array}.$$

Hosil qilingan kvadrat tenglamalarning ikkisi ham yechimga ega, shuning uchun Viyet teoremasiga asosan tenglama ildizlari yig'indisi quyidagiga tengdir:

$x_1+x_2=-5$; $x_3+x_4=4 \;\Rightarrow\; -5+4=-1$

Ba'zi yuqori darajali tenglamalarda ko'paytuvchilarga ajratish usulidan foydalanish mumkin.

Masalan: $x^3+9x^2+23x+13=-2$ *tenglamaning barcha haqiqiy ildizlari yig'indisini toping.*

Yechish: *bu tenglamani quyidagi ko'rinishda yozib olamiz:*

$x^3+9x^2+23x+15=0$.

Endi o'ng chap tomondagi ifodani ko'paytuvchilarga ajratamiz:

$x^3+9x^2+23x+15=0 \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; \underline{x}^3+3\underline{x}^2+\underline{\underline{6x^2}}+\underline{\underline{18x}}+\underline{\underline{\underline{5}}}x+\underline{\underline{\underline{15}}}=0 \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; x^2\underline{(x+3)}+6x\underline{(x+3)}+5\underline{(x+3)}=0 \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; (x+3)(x^2+6x+5)=0 \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; x+3=0$ *yoki* $x^2+6x+5=0 \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; x_1=-3;\; x_2+x_3=-6 \;\Rightarrow\; -3-6=-9$

Adabiyotlar

1. F.Rajabov va boshq. “Oliy matematika”, Toshkent“O’zbekiston” 2007 yil. 400 b.
2. R.Jo’raqulov, S.Akbarov, D.Toshpo’latov, Matematika, darslik, Toshkent, 2022
3. Haydarov M. Differentsial-funktsional tenglamalar. "Экономика и социум" №12(115) 2023.
4. Haydarov M. Bruvy qatori yordamida bir jinsli o’zgarmas koeffitsientli differentsial-funktsional tenglamalarni yechish. Xorazm ma’mun akademiyasi axborotnomasi –2-1/2024, 190 b.
5. F.-m. f.n.,dotsent Djuraqulov R., Assistent Haydarov M.A. Matematika o’qitish metodikasining ayrim masalalariga doir.