О НЕКОТОРЫХ СПОСОБАХ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ

Соатов Улугбек Абдукадирович
Доцент Джизакского политехнического института, ф-м.f.n.
Джанизоков Улугбек Абдугониевич
Ст.преподаватель Джизакского политехнического института

Аннотация: В данной статье рассматриваются различные алгебраические задачи, связанные с уравнениями и неравенствами, в которых участвует параметр, рассматриваются нестандартные методы решения задач, то есть способы использования таких свойств функции, как монотонность и экстремальные свойства, симметрия, решение по отношению к параметру.

Ключевые слова: параметрическая задача, уравнение, неравенство, нестандартный метод, параметр, монотонность функции, единственное решение.

ABOUT SOME WAYS OF SOLVING PROBLEMS WITH PARAMETERS

Soatov Ulugbek Abdukadirovich
Jizzakh Polytechnic Institute, Associate Professor, Ph.D.
Dzhonizakov Ulugbek Abduganievich
Jizzakh Polytechnic Institute, senior lecturer

Abstract: This article discusses various algebraic problems related to equations and inequalities in which the parameter is involved, non-standard methods of solving problems are considered, that is, ways to use such properties of the function as monotonicity and extreme properties, symmetry, solution with respect to the parameter.

Keywords: parametric problem, equation, inequality, non-standard method, parameter, monotonicity of function, unique solution.

Параметр – это буква, которая «никому ничем не обязана» и может принимать любые допустимые значения. Структура решений уравнения зависит от значений параметра; те или иные аспекты этой зависимости и предстоит выяснять в каждой конкретной задаче. Для нужно использовать различные формы и методы решения, с учетом свойств каждой конкретной функции.

Другими словами, параметрическое уравнение на самом деле состоит из семейства уравнений, рассматриваемых при заданном значении параметра. Далее предполагается, что, изучая параметрические задачи, решаемые нестандартными методами, одаренные математикой, они могут на практике закрепить свои знания.

I. Монотонность функции и использование экстремальных свойств.

Пример 1. Найдите все значения параметра a, для которого существует единственное значение x, удовлетворяющее неравенству

$$\log_{\frac{1}{a}}(\sqrt{x^2+ax+5}+1)\cdot\log_5(x^2+ax+6)+\log_a 3\geq 0.$$

Решение: Принимая обозначение $\sqrt{x^2+ax+5}=y$, $(y\geq 0)$ в заданном неравенстве, перейдем к логарифму с основанием 5. В результате получим неравенство $\dfrac{-\log_5(y+1)\cdot\log_5(y^2+1)+\log_5 3}{\log_5 a}\geq 0$. Функция *y*, расположенная на дробном изображении, является монотонно убывающей, и нетрудно определить, что при $y=2$ эта функция становится нулевой.

Если $0<a<1$, решение неравенства относительно *y* будет $y\geq 2$ и данное уравнение не может иметь единственного решения, потому что неравенство $\sqrt{x^2+ax+5}\geq 0$ имеет бесконечно много решений при произвольных значениях *a*.

Следовательно, решение будет $0\leq y\leq 2$ относительно $a>1$ и y. Теперь вернемся к переменной x и получим двойное неравенство $0\leq x^2+ax+5\leq 4$. Чтобы существовало единственное значение x, удовлетворяющее последним неравенствам, необходимо и достаточно, чтобы наименьшее значение квадратичной тройки x^2+ax+5 было равно 4, то есть $5-\dfrac{a^2}{4}=4$. Из этого мы находим $a=2$.

II. Использование симметрии.

Пример 2. при каких значениях параметра a, $\begin{cases} x^2-(2a+1)x+a^2-3=y \\ y^2-(2a+1)y+a^2-3=x \end{cases}$ система будет иметь единственное решение $(x;y)$?

Решение: Если система имеет решение $x=m$, $y=n$ то эта система также будет иметь решение $x=n$ и $y=m$. В результате равенства $m=n$ и $x=y$ должны быть разумными.

Из этого мы приходим к уравнению $x^2-(2a+1)x+a^2-3=x$ или $x^2-2(a+1)x+a^2-3=0$, которое должно иметь единственное решение. Итак, $\dfrac{D}{4}=(a+1)^2-(a^2-3)=2a+4=0$ или $a=-2$

Теперь давайте создадим систему

$$\begin{cases} x^2+3x+1=y \\ y^2+3y+1=x \end{cases} \text{ при } a=-2.$$

Вычтя второе из первого уравнения этой системы, мы получим уравнение $(x-y)(x+y+4)=0$. Здесь есть два случая: 1). $x=y=-1$;

2). $x+y+4=0$ или $y=-x-4$. Подставляя y в первое уравнение системы, мы получаем уравнение $x^2+3x+1=-x-4$, $x^2+4x+5=0$. Это уравнение не имеет решения. Следовательно, данная система имеет единственное решение $(-1;-1)$ при $a=-2$.

III. Метод решения относительно параметра.

Пример 3. Решить систему уравнений при произвольных значениях a, b и c:

$$\begin{cases} \dfrac{a}{x}-\dfrac{b}{z}+xz=c \\ \dfrac{b}{y}-\dfrac{c}{x}+xy=a \\ \dfrac{c}{z}-\dfrac{a}{y}+yz=b \end{cases}.$$

Решение: Данная система является линейной системой относительно параметров *a* ,*b* и *c*. Решим его относительно этих параметров. Прежде всего, избавимся от знаменателя во втором и третьем уравнениях системы и заменим в них *c* выражением в первом уравнении. После упрощений формируем:

$$\begin{cases} -a(1+x^2)yz+b(xz+y)x=x^2z^2y-x^3y^2z \\ a(y-xz)z-b(1+z^2)xy=-x^2z^2y-xy^2z^3 \end{cases}$$

Теперь умножим полученные уравнения на $(1+z^2)y$ и $(xz+y)$ larga соответственно и потеряем параметр b, добавив:

$$\begin{gathered} a((-1+x^2)(1+z^2)y^2z+(y-xz)(y+xz)(y+xz)z)= \\ =xyz((xz-x^2y)(1+z^2)y-(xz+yz^2)(xz+y)) \end{gathered} \quad \text{или}$$

$$\begin{gathered} a(-x^2y^2z^3-x^2y^2z-y^2z^3-y^2x+y^2z-x^2z^3)= \\ =xyz(xyz+xyz^3-x^2y^2-x^2y^2z^2-x^2z^2-xyz-xyz^3-y^2z^2) \end{gathered}, \quad \text{то есть}$$

$$az(x^2y^2z^2+x^2y^2+y^2z^2+x^2z^2)=xyz(x^2y^2z^2+x^2z^2+x^2y^2+y^2z^2)$$

из этого находим $a=xy$. Аналогично находим $b=yz$, $c=xz$. В результате

$\begin{cases} a = xy \\ b = yz \\ c = xz \end{cases}$ у нас будет система. Умножив эти уравнения на, $abc=x^2y^2z^2$

найдем. Так что, $abc>0$ va $xyz=\pm\sqrt{abc}$. Дано из

у нас будет решение системы $\left(\dfrac{\pm\sqrt{abc}}{b}, \dfrac{\pm\sqrt{abc}}{a}, \dfrac{\pm\sqrt{abc}}{c}\right)$.

Использованная литература.

1. В.С.Крамор. «Павторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа», Москва, «Просвещение», 1990.
2. A.Abduxamidov. A.Nasimov va boshqalar. Algebra va matematik analiz asoslaridan masalalar to'plami. I k. Akademik litseylar uchun qo'llanma.-T.:Sharq, 2005.
3. Soatov, U. A. (2018). Djonuzoqov. UA" Problems of geometry with the help of joint application of basic theorems and formulas". *Scientific-methodical journal of" Physics, Mathematics and Informatics"*, (4), 40.
4. Soatov Ulugbek Abdukadirovich, & Dzhonuzokov Ulugbek Abduganievich (2020). ABOUT THE ISSUES OF GEOMETRICAL INEQUALITIES AND THE METHODS OF THEIR SOLUTION. European science, (7 (56)), 5-10.
5. Abdukadirovich, S. U., & Abduganievich, D. U. (2021, June). ON SOME PROBLEMS OF EXTREME PROPERTIES OF THE FUNCTION AND THE APPLICATION OF THE DERIVATIVE AND METHODS FOR THEIR SOLUTION. In *Archive of Conferences* (pp. 113-117).
6. Abdug'aniyevich, D. U. B. (2022). PARAMETRLI LOGARIFMIK TENGLAMALARNI YECHISH USULLARIGA OID BA'ZI MASALALAR. *PEDAGOGS jurnali*, *5*(1), 8-16.
7. Соатов, У. А. Сложные события и расчет их вероятностей / У. А. Соатов, У. А. Джанизоков // Экономика и социум. – 2022. – № 1-2(92). – С. 222-227.
8. Abdukadirovich, S. U., & Abduganievich, D. U. (2022). ABOUT THE METHODS OF SOLVING PARAMETRIC EQUATIONS. *Journal of Academic Research and Trends in Educational Sciences*, *1*(5), 1-7.
9. Soatov U.A. U.A. Djonuzaqov."Irratsional tenglama va tengsizliklarni yechish metodlarining tatbiqlari haqida".Scientific-methodical journal of" Physics, Mathematics and Informatics". 2019. № 4. 8-16.
10. Soatov U.A. U.A. Djonuzaqov."Tenglamalar sistemalarini tuzish va ularni yechishga oid ba'zi masalalar haqida".Scientific-methodical journal of" Physics, Mathematics and Informatics". 2019. № 1.13-20.
11. Гадаев, Р. Р. О семействе обобщенных моделей Фридрихса / Р. Р. Гадаев, У. А. Джонизоков // Молодой ученый. – 2016. – № 13(117). – С. 5-7.
12. Гадаев, Р. Р., Джонизоков, У. А., & Ахадова, К. С. К. (2020). ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ФРЕДГОЛЬМА ДВУМЕРНОЙ ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ФРИДРИХСА. *Наука и образование сегодня*, (12 (59)).

13. Бердиеров, А. Ш. Построение периодических решений с помощью метода Простьх итераций / А. Ш. Бердиеров, У. А. Джанизоков, У. У. Арслонов // Экономика и социум. – 2021. – № 12-1(91). – С. 858-864.
14. Soatov, U. A. (2022). Logarfmik funksiya qatnashgan murakkab tenglamalarni yechish usullari haqida. *Science and Education*, *3*(9), 16-22.
15. Soatov, U. A. (2022). Tenglamalarni yechishning grafik usuli haqida. *Science and Education*, *3*(8), 7-12
16. Abdukadirovich, S. U., & Abdug'oniyevich, D. U. B. (2022, November). ABOUT THE METHODS OF SOLVING GEOMETRIC PROBLEMS AT THE SCHOOL LEVEL. In *E Conference Zone* (pp. 49-56).
17. Rahimov, B. S., Ne'matov, A. R., & Fayzullayev, S. E. (2022, February). LAGRANJ FUNKSIYASIDAN FOYDALANIB BA'ZI MASALALARNI YECHISH HAQIDA. In *Archive of Conferences* (pp. 41-43).
18. Ne'Matov, A. R., & Raximov, B. S. (2022). Aniq integralni me'morchilikda qo'llash. Aniq integralning tadbiqlariga doir misollar yechish. *Science and Education*, *3*(2), 16-21.