BANAX FAZOLARIDA QIYMAT QABUL QILUVCHI MIQDORLAR UCHUN BOG‘LIQLIK SHARTLARI

Qo‘ziboyeva Nozima Yoqubjon qizi

TKTI Yangiyer filiali o‘qituvchisi

Annotatsiya. Ushbu maqolada Banax fazolarida qiymat qabul qiluvchi miqdorlar uchun bog‘liqlik shartlari keltirilgan va yoritib berilgan.

Аннотация. В этой статье представлены и объяснены условия зависимости для величин, принимающих значения в банаховых пространствах.

Annotation. In this article, the dependence conditions for value-accepting quantities in Banach spaces are presented and explained.

Kalit so‘zlar: banax fazosi, tasodifiy miqdor, ketma-ketlik, limit teorema, qorishmalilik koeffitsiyentlari, qorishmalilik shartlari, sigma algebra

Ключевые слова: банахово пространство, случайная величина, последовательность, предельная теорема, коэффициенты смешивания, условия смешивания, сигма-алгебра

Keywords: banach space, random variables, sequence, limit theorem, mixing coefficients, mixing conditions, sigma algebra

Biz bu maqolada qorishmalilik shartlarini ko‘rib chiqamiz. Bu shartlar va ularni qanoatlantiruvchi ketma-ketliklar uchun limit teoremalar, xususan, [1],[2],[3] larda ko‘rilgan. B separabel Banax fazosida aniqlangan tasodifiy elementlar ketma-ketligi berilgan bo‘lsin. Bu ketma-ketlik uchun quyidagi qorishmalilik koeffitsiyentlarni ko‘rib chiqamiz:

$$\alpha(n)=\left\{\left|P(AB)-P(A)P(B)\right|: A\in F_1^k, B\in F_{k+n}^{\infty}, k\in N\right\}, (1.1)$$

$$\beta(n)=\left\{E\left(¿_{B\in F_{k+n}^{\infty}}\left|P\left(B\middle|F_1^k\right)-P(B)\right|\right): k\in N\right\}, \qquad (1.2)$$

$$\varphi(n)=\{\vee P(B\vee A)-P(B)\vee: A\in F_1^k, B\in F_{k+n}^{\infty}, k\in N\}, \quad (1.3)$$

$$\rho(n)=\left\{\frac{\left|E(\xi-E\xi)(\eta-E\eta)\right|}{E^{\frac{1}{2}}(\xi-E\xi)^2 E^{\frac{1}{2}}(\eta-E\eta)^2}: \xi\in L_2\left(F_{k+n}^{\infty}\right), \eta\in L_2\left(F_1^k\right), k\in N\right\}, \qquad (1.4)$$

$$\psi(n)=\left\{\frac{\left|P(AB)-P(A)P(B)\right|}{P(A)P(B)}: A\in F_1^k, B\in F_{k+n}^{\infty}, k\in N\right\} ¿. \qquad (1.5)$$

Bunda $F_a^b - X_a, X_{a+1}, \ldots, X_b$ tasodifiy elemetlar hosil qilgan $\sigma-¿$ algebrani bildiradi.

$L_2\left(F_a^b\right)-F_a^b$ga nisbatan o‘lchovli kvadrati bilan integrallanuvchi tasodifiy miqdorlar oilasi.

Ta’rif 1.1. Biz $\{X_n, n\geq 1\}$ ketma-ketlik $\propto -¿$qorishmalilik ($\beta-¿$qorishmalilik, $\varphi-¿$qorishmalilik, $\rho-¿$qorishmalilik, $\psi-¿$qorishmalilik) shartini qanoatlantiradi deb aytamiz, agar mos ravishda quyidagi shartlar bajarilsa

$$\lim_{n\to\infty} \propto (n)=0 \quad (1.6)$$

$$\lim_{n\to\infty} \beta(n)=0 \quad (1.7)$$

$$\lim_{n\to\infty} \varphi(n)=0 \quad (1.8)$$

$$\lim_{n\to\infty} \rho(n)=0 \quad (1.9)$$

$$\lim_{n\to\infty} \psi(n)=0 \quad (1.10)$$

Yuqoridagi barcha qorishmalilik koeffitsiyentlariga “o‘tmish” (F_1^k ko‘rinishida) va “kelajak” (F_{k+n}^{∞} ko‘rinishida) o‘rtasidagi munosabatlarning o‘lchovi sifatida qarashimiz mumkin. (1.6)-(1.10) shartlar “o‘tmish” va “kelajak” orasidagi bog‘liqlikning kamayib ketayotganini bildiradi. Shu narsaga e‘tibor berishimiz kerakki, $\{X_n, n\geq 1\}$ bog’liqsiz tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun quyidagi barcha qorishmalilik koeffitsiyentlari nolga tengdir:

$\propto(n)=0, \beta(n)=0, \varphi(n)=0, \rho(n)=0, \psi(n)=0.$

Qorishmalilik koeffitsiyentlarining ta’rifidan esa quyidagi tengsizlikning o‘rinli ekanligi kelib chiqadi: $\propto(n)\leq\varphi(n)\leq\psi(n)$

Barchamizga ma’lumki, (1.10) dan barcha (1.6) – (1.9) munosabatlar kelib chiqadi va (1.7) – (1.9) munosabatlarning har biridan (1.6) kelib chiqadi. Bundan tashqari, (1.8) formuladan (1.7) kelib chiqadi va (1.8) tenglikdan (1.9) kelib chiqadi.. (1.6) – (1.10) lar orasida boshqa munosabatlar esa umuman olganda yo'q.

Ta’rif 1.2. $\{X_n, n\geq 1\}$ ketma-ketlik $m-¿$bog’liqlik shartini qanoatlantiradi deyiladi, agar F_1^n va F_{m+n+1}^{∞} barcha $n\geq 1$ larda bog’liqliz $\sigma-¿$algabralar bo‘lsa.

$m-¿$bog‘liq ketma-ketliklar (1.6) – (1.10) munosabatlarni qanoatlantiradi. $m-¿$bog‘liq tasodifiy elementlar ketma-ketliklari barcha $n>m$ uchun quyidagi tenglikni qanoatlantiradi:

$$\propto(n)=0, \qquad (1.11)$$

$$\beta(n)=0, \qquad (1.12)$$

$$\varphi(n)=0, \qquad (1.13)$$

$$\rho(n)=0, \qquad (1.14)$$

$$\psi(n)=0. \qquad (1.15)$$

(1.1) – (1.5) qorishmalilik koeffitsiyentlari barcha bir o‘lchovli tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun ko‘rilgan. Keyinchalik ular Banax fazolarida qiymat qabul qiladigan tasodifiy miqdorlar ketma-ketliklari uchun hech qanday o‘zgarishsiz ishlatilgan.

Endi biz Banax fazolarining cheksiz o‘lchovliligini hisobga oluvchi qorishmalilik koeffitsiyentlari ta’rifini ko‘rib chiqamiz. $\{X_n, n \geq 1\}$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun quyidagi o‘rinli hisoblanadi:

$$\varphi_m(n) = ¿ R^m \{ \vee P(B \vee A) - P(B) \vee : A \in \sigma^{(m)}(F ¿¿ 1^k), B \in \sigma^{(m)}(F_{k+n}^{\infty}), k \in N \} ¿, \quad (1.16)$$

bunda $\sigma^{(m)}(F ¿¿ 1^k) - ¿¿ \prod_m X_a, \ldots, \prod_m X_b$ lar hosil qilgan sigma algebra, $\prod_m - B$ dan $m - ¿$o‘lchamli fazo $R^m \subset B$ ga proyektsiyalash operatori .

Ta’rif 1.3. $\{X_n, n \geq 1\}$ ketma-ketlik $\varphi_m - ¿$ qorishmalilik shartini qanoatlantiradi deyiladi, agar $\lim_{n \to \infty} \varphi_m(n) = 0$, bunda $m = 1, 2, \ldots$ (1.17)

Bundan quyidagi natijalar bizga ma’lum bo‘ladi:

Teorema 1.1. Agar $\{X_n, n \geq 1\}$ ketma-ketlik (1.6) - (1.10) shartlardan birortasini qanoatlantirsa, u holda $\phi\{X_n, n \geq 1\}$ ketma-ketlik ham bu shart qanoatlantiradi, bunda $\phi(\cdot)$ o‘lchovli (Borel) funksiyasi hisoblanadi.

Teorema 1.2. Agar $\{X_n, n \geq 1\}$ ketma-ketlik (1.8) shartni qanoatlantirsa, bundan u (1.17) ni ham qanoatlantirishi kelib chiqadi.

Teorema 1.2 bizga shuni bildiradiki, (1.8) shart (1.17) shartga nisbatan kuchliroq ekan. Buni esa (1.17) shartni qanoatlantiradigan va (1.8) shartni qanoatlantirmaydigan Gilbert fazosida qiymatlari bo‘lgan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi mavjudligi tasdiqlaydi.

[1]. H. Dehling , O.Sh. Sharipov , M.Wendler. Bootstrap for dependent Hilbert space valued random variables with application to von Mises statistics. J.Multivariable analysis, 2015, v.133, 200-215

[2]. Ибрагимов И.А., Линник Ю.В. Независиые и стационарно связанные величины. «Наука», Москва, 1965.

[3]. Bradley R.C., Introduction to Strong Mixing Conditions, Vol. 1-3, Kendrick press, Heber City, Utah, 2007