IKKINCHI TARTIBLI CHIZIQLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR SISTEMASINI INTEGRALLASH

Abriyev Nematillo To‘ychi o’g’li [1]

[1] assistent, Jizzax politexnika instituti, Jizzax, O‘zbekiston

Abdusaidov Sadriddin Umarali o’g’li

[1] assistent, Jizzax politexnika instituti, Jizzax, O‘zbekiston

Annotatsiya: Bu ishda bir jinsli sistemaning formal yechimlarini tuzish o’rganilgan. $det\left[B_0(\tau)-w\,A_0(\tau)\right]=0$ bir jinsli sistemaning xarakteristik tenglamaning nol ildizlari yo‘q bo‘lgan va nol ildizlari bo‘lgan hollar uchun $2n$-ta har xil formal yechimlarini tuzish qaralgan.

Kalit so’zlar: bir jinsli sistema, ildiz, formal, asimptotik, fundamental yechim, asimptotik xususiy yechim.

INTEGRATION OF A SYSTEM OF SECOND-ORDER LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS

Abriyev Nematillo

[1] assistant, Jizzakh Polytechnic Institute Jizzakh, Uzbekistan

Abdusaidov Sadriddin

assistant, Jizzakh Polytechnic Institute Jizzakh, Uzbekistan

Abstract: In this work, the formation of formal solutions of a homogeneous system is studied. Formulation of $2n$ different formal solutions of the characteristic equation of the $det\left[B_0(\tau)-w\,A_0(\tau)\right]=0$ homogeneous system for cases with and without zero roots is considered.

Keywords: homogeneous system, root, asymptotic, fundamental solution, asymptotic eigensolution.

ИНТЕГРИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Абриев Нематилло Тойчивич

[1]ассистент, Джизакский политехнический институт Джизакская, Узбекистан

Абдусаидов Садриддин Умарали

[1]ассистент, Джизакский политехнический институт Джизакская, Узбекистан

Аннотация: В данной работе изучается формирование формальных решений однородной системы. Рассмотрена формулировка $2n$ различных формальных решений характеристического уравнения однородной системы

$det\left[B_0(\tau)-w\,A_0(\tau)\right]=0$ для случаев с нулевыми корнями и без них.

Ключевые слова: Однородная система, корень, асимптотика, фундаментальное решение, асимптотическое собственное решение.

Quyidagi

$$A(\tau,\varepsilon)\frac{d^2x}{dt^2}+\varepsilon C(\tau,\varepsilon)\frac{dx}{dt}+B(\tau,\varepsilon)\,x=P(\tau,\varepsilon)\,e^{i\theta(t,\varepsilon)}(1)$$

ko'rinishdagi parametrga bog'liq bo'lgan ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar sistemasini integrallash masalasini qaraymiz, bunda $x(t,\varepsilon)$-n-o'lchovli vektor $\tau=\varepsilon t$- sekin o'zgaruvchi vaqt $\varepsilon<1$-kichik haqiqiy parameter; $\theta(t,\varepsilon)$- skalyar funksiya, $i=\sqrt{-1};\,A(\tau,\varepsilon),\ B(\tau,\varepsilon),C(\tau,\varepsilon)-(n\times n)$ matritsalar $P(\tau,\varepsilon)$- n-o'lchovli vektor, quydagi shartlar bajarilsin:

$A(\tau,\varepsilon),B(\tau,\varepsilon),C(\tau,\varepsilon)$ matritsalar va $P(\tau,\varepsilon)$-vektor funksiya berilgan $\tau\in[0,L]$ oraliqda ε parametrning darajalari bo'yicha yaqinlashuvchi qatorga yoyilsin:

$$C(\tau,\varepsilon)=\sum_{s=0}^{\infty}\varepsilon^s C_s(\tau),P(\tau,\varepsilon)=\sum_{s=0}^{\infty}\varepsilon^s P_s(\tau),(2)$$

$$A(\tau,\varepsilon)=\sum_{s=0}^{\infty}\varepsilon^s A_s(\tau),B(\tau,\varepsilon)=\sum_{s=0}^{\infty}\varepsilon^s B_s(\tau)\forall\ \tau\in[0,L],det\,A_0(\tau)\neq 0(3)$$

$\theta(t,\varepsilon)$ funksiya'ning $\frac{d\theta}{dt}$ hosilasi sekin o'zgaruvchi funksiya, ya'ni

$$\frac{d\theta}{dt}=k(\tau)(4)$$

(2) qatorlarni koeffisientlari $A_s(\tau),B_s(\tau),C(\tau),P_s(\tau)s=0,1,2,\ldots$va $k(\tau)$ funksiya berilgan $[0,L]$ kesmada cheksiz differensiallanuvchi sistemani o'rganishda uning xarakteristik tenglamasi deb ataluvchi

$$det\left[B_0(\tau)-w\,A_0(\tau)\right]=0(5)$$

tenglama muhim ahamiyatga ega. Sistemani umumiy yechimini tuzish uchun uni

$$A(\tau,\varepsilon)\frac{d^2x}{dt^2}+\varepsilon C(\tau,\varepsilon)\frac{dx}{dt}+B(\tau,\varepsilon)x=0(6)$$

bir jinsli qismining $2n$ ta chiziqli bog‘lanmagan $x^{(1)}(t,\varepsilon),x^{(2)}(t,\varepsilon),.......,x^{(2n)}(t,\varepsilon)$ yechimlarni topish zarur, shuningdek bir jinsli bo‘lmagan (1) sistemani qandaydir $\tilde{x}(t,\varepsilon)$ xususiy yechi mni aniqlash kerek [1]. U holda (1) sistemaning umumiy yechimi

$$x(t,\varepsilon)=\sum_{i=1}^{2n}c_i x^{(1)}(t,\varepsilon)+\tilde{x}(t,\varepsilon).$$

ko‘rinishda ifodalanadi,bunda $\overline{c_i}(i=\overline{1,2n})$- ixtiyoriy o‘zgarmas.

Agar t berilgan kesmada o‘zgarganda $colon\left(x^{(i)}(t,\varepsilon),\frac{dx^{(i)}(t,\varepsilon)}{dt}\right),i=\overline{1,2n}$

ustunli vektorlardan tuzilgan $(2nx2n)-¿$matritsaning determinant noldan farqli bo‘lsa, u holda bir jinsli sistemaning $x^{(i)}(t,\varepsilon),,x^{(1)}(t,\varepsilon)$ yechimlari chiziqli bog‘langan bo‘ladi. Bunday yechimlar to‘plami (6) sistemaning fundamental yechimlar sistemasi deyiladi.

Shuning uchun ikkita masalani qaraymiz.

(6) bir jinsli tenglamalar sistemasining fundamental yechimlar sistemasini asimptotik ko‘rinishida ifodalash;

(1) bir jinsli bo‘lmagan sistemaning asimptotik xususiy yechimni tuzish, bu hol uchun quydagi hollarni qaraymiz : a) “rezanans” bo‘lmagan hol, ya’ni $k^2(\tau)$ funksiya (5) xarakteristik tenglamaning $w_i(\tau)(i=\overline{1,n})$ ildizlardan hech biriga teng bo‘lmagan; b) “rezanans” bo‘lgan hol ya’ni $k^2(\tau)$ funksiya (5) tenglamaning ildizlaridan hech bo‘lmasa bittasiga teng bo‘lgan hol.

Faraz qilaylik (5) xarakteristik tenglamaning barcha $w_i(\tau)(i=\overline{1,n})$ ildizlari $[0,L]$ kesmada $w_i(\tau)\neq 0,w_i(\tau)\neq w_j(\tau),(i,j=\overline{1,n})$ shartlarni qanoatlantirsin. Bu hol uchun (6) bir jinsli sistemani yechimini quydagi teorema ko‘rsatadi.

1-Teorema. Agar (5) xarakteristik tenglamaning ildizlari $[0,L]$ kesmada noldan farqli va bir-biroga teng bo‘lmasa, u holda $[0,L]$ kesmada (6) Sistema

$$x(t,\varepsilon)=v(\tau,\varepsilon)y(t,\varepsilon)(7)$$

ko‘rinishdagi 2n ta formal yechimga ega bo‘ladi, bunda $y(t,\varepsilon)$ funksiya

$$\frac{dy}{dt}=\lambda(\tau,\varepsilon)\,y\,(8)$$

tenglamadan aniqlanadi, n-o‘lchovli $v(\tau,\varepsilon)$ vektor va $\lambda(\tau,\varepsilon)$ skalyar funksiya darajali qatorga yoyiladi:

$$v(\tau,\varepsilon)=\sum_{s=0}^{\infty}\varepsilon^{s}v_{s}(\tau),\lambda(\tau,\varepsilon)=\sum_{s=0}^{\infty}\varepsilon^{s}\lambda_{s}(\tau).(9)$$

Isbot. (7), (8) larni (6) sistemaga qo‘yib ushbu ayniyatga ega bo‘lamiz :

$$A(\tau,\varepsilon)¿$$

$$+\varepsilon C(\tau,\varepsilon)\left(\varepsilon v'(\tau,\varepsilon)+\lambda(\tau,\varepsilon)v(\tau,\varepsilon)\right)+B(\tau,\varepsilon)v(\tau,\varepsilon)=0(10)$$

bu ayniyatda ε parametrning bir xil darajalari oldidagi koeffisientlarni tenglashtirib va (2), (9) qatorlarni etiborga olib cheksiz algebraik tenglamalar sistemasiga ega bo‘lamiz

$$\left(B_0+\lambda_0^2A_0\right)v_0=0\,(11)$$

$$\left(B_0+\lambda_0^2A_0\right)v_s=b_s,s=1,2,3\ldots(12)$$

bunda

$$b_s(\tau)=-2\lambda_0\lambda_sA_0v_0+f_s,s=1,2,3,\ldots(13)$$

$$f_s(\tau)=-\sum_{i=1}^{s}B_iv_{s-i}-\sum_{i=1}^{s-1}\sum_{j=0}^{s-i}\sum_{k=0}^{s-i-j}\lambda_i\lambda_jA_kv_{s-1-i-j}-\sum_{i=1}^{s-1}\sum_{j=0}^{s-i}\lambda_0\lambda_iA_jv_{s-i-j}-¿¿$$

$$-\sum_{i=1}^{s}\lambda_0^2A_0v_{s-i}-\sum_{i=0}^{k-1}\sum_{j=0}^{s-1-i}\lambda_iC_jv_{k-1-i-j}-¿0-2\sum_{i=0}^{s-1}\sum_{j=0}^{s-1-i}\lambda_iA_jv'_{k-1-i-j}-¿¿¿$$

$$-\sum_{i=1}^{s-2}C_iv'_{s-2-i}-\sum_{i=1}^{s-2}A_iv''_{s-2-i}\,s=1,2,3,\ldots(14)$$

Teoremaning shartiga asosan bu ildizlar oddiy, u holda ularning har biriga bitta $\varphi_i(\tau)$ xos vektor mos kelib

$$\left(B_0-w_iA_0\right)\varphi_i=0$$

munosabatni qanoatlantiradi va noldan farqli bo‘lgan ixtiyoriy skalyar ko‘paytma aniqligida aniqlanadi. Bu holda B_0 matritsaga qo‘shilgan A_0 vektor mavjud bo‘lmaydi. Bu holda

$$\left(B_0-w_iA_0\right)z=A_0\varphi_i,\left(i=\overline{1,n}\right)(15)$$

tenglama yechimga ega emas. (11), (12)tenglamalar sistemasini qaraymiz. (11) tenglama noldan farqli yechimga ega bo‘ladi faqat va faqat qachonki

$$\lambda_0^2 = -w_i, (i = \overline{1,n})$$

bo‘lsa, bundan $2n$-ta har xil $\lambda_0(\tau)$ larni aniqlaymiz:

$$\lambda_0(\tau) = \pm i\sqrt{w_i(\tau)}, (i = \overline{1,n}) (16)$$

U holda (11) dan n ta har xil $v_0(\tau)$ vektor funksiyalar aniqlanadi:

$$v_0(\tau) = \varphi_i(\tau), (i = \overline{1,n}) (17)$$

bunda $\varphi_i(\tau)$, $A_0(\tau)$ matritsaga nisbatan $B_0(\tau)$ matritsaning hos qiymatlari.

(16) munosabat orqali aniqlangan $\lambda_0(\tau)$ funksiyalardan bittasini $w_2(\tau)$ orqali belgilaymiz, hos qiymatga mos keluvchi $A_0(\tau)$ matritsaga nisbatan $B_0(\tau)$ matritsaning hos vektorni $\varphi_z(\tau)$ deb olamiz. Buni etiborga olib (12)tenglamani

$$(B_0 - w_0 A_0) = b_s s = 1,2,3,\ldots (18)$$

ko‘rinishda yozamiz.

Isbotlangan 1 teorema (1.5) bir jinsli sistemaning xarakteristik tenglamaning nol ildizlari yo‘q bo‘lgan va nol ildizlari bo‘lgan holler uchun 2n-ta har xil formal yechimlarini tuzish imkoniyatini beradi. Agar bu yechimlar qaralayotgan $[0, L]$ oraliqda chiziqli bog‘lanmagan bo‘lsa, u holda bu (5) sistemaning umumiy formal yechimini tuzish imkoniyatini beradi.

Adabiyotlar

1. Вазов В. Асимптотические разложения решений обыкновенных дифференциальных уравнений, -М.: Мир, 1973.-464с.
2. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотический метод в теории нелинейных колебаний. – М.: Физматгиз, 1963, 410 с.
3. Фешенко С.Ф, Шкиль Н. И, Николенко Л. Д. Асимптотические методы втеории линейных дифференциальных уравнений.-К: Наук думка, 1966.-252с.
4. Васильева А. Б., Бутузов В. Ф., Асимптотическое разложение сингулярно возмущенных уравнений. –М.: Наука, 1973, 272 с.