FUNKSIYANING MONOTONLIGI VA UNING EKSTREMUMLARINI HOSILA YORDAMIDA TEKSHIRISH

Sh.E.Fayzullayev

Assistent, Jizzax politexnika instituti

Annotatsiya. Ushbu maqolada bir o‘zgaruvchili funksiyalarning o‘sishi, kamayishini, ekstremumlarini hosila yordamida tekshirish o‘rganilgan.

Kalit so‘zlar: monoton funksiya, munoton o’suvchi, monoton kamayuvchi, doimiy funksiya, maksimum, minimum, ekstremum, lokal ekstremum, lokal minimum, eng katta, eng kichik.

CHECKING THE MONOTONITY OF A FUNCTION AND ITS EXTREMES USING THE DERIVATIVE

Sh.E. Fayzullayev

Assistant, Jizzakh Polytechnic Institute

Abstract. This article examines the increase, decrease, and extrema of one-variable functions using the derivative.

Keywords: monotonic function, monotonically increasing, monotonically decreasing, constant function, maximum, minimum, extremum, local extremum, local minimum, largest, smallest.

$y = f(x)$, $x \in D$ funksiya berilgan bo’lsin.

<u>Ta’rif:</u> *$y = f(x)$ funksiya $H \subset D$ sohada monoton o’suvchi deyiladi, agar $\forall\, x_1, x_2 \in H$, $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ va monoton kamayuvchi deyiladi, agar $\forall x_1, x_2 \in H$, $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.*

Bunday funksiyalar ba’zan, jiddiy o’suvchi va jiddiy kamayuvchi deyiladi. Agar $x_1 < x_2 \in H$ shartdan faqat $f(x_1) \leq f(x_2)$ ($f(x_1) \geq f(x_2)$) kelib chiqsa, u holda funksiya H to’plamda kamaymovchi (o’smovchi) yoki soddagina o’suvchi (kamayuvchi) deyiladi. Doimiy funksiya bir vaqtning o’zida kamaymovchi, ham o’smovchi bo’ladi.

Differensiallanuvchi funksiya $]a,b[$ oraliqda doimiy bo’lishi uchun $f'(x) \equiv 0$ bo’lishi zarur va kifoyadir.

<u>Zaruriyligi:</u> $f(x) = const$ deb faraz qilaylik $\Rightarrow f'(x) = 0$

Kifoyaligi: $\forall\, x \in]a, b[$ uchun $f\,'(x)= 0$ bo'lsin. x_0 nuqtani belgilab olamiz, bu holda $\forall x$, $x_0 \in]a, b[$ uchun Lagranj teoremasi shartlari bajariladi. Demak, $\exists\, c \in [x_0, x]$: $f\,(x) - f\,(x_0) = f\,'(c)(x - x_0)$ bo'ladi. Biroq, farazimizga binoan $f\,'(c) = 0$, ya'ni $f\,(x) - f\,(x_0) = 0 \Rightarrow f\,(x) = f\,(x_0) = const.$

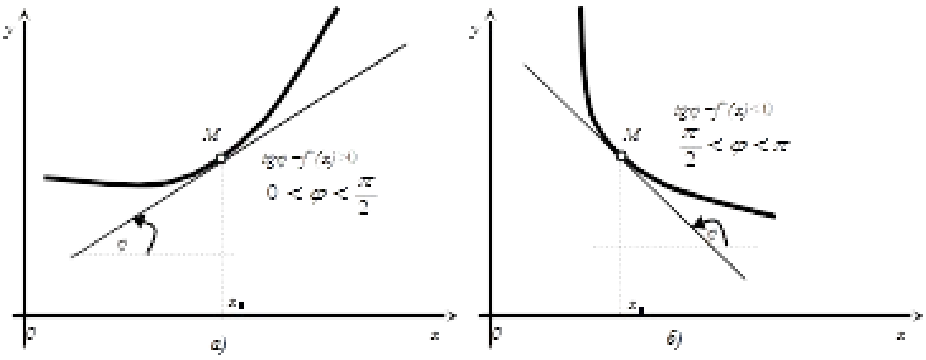
Teorema to'liq isbot bo'ldi.

f(x) funksiya biror]a,b[oraliqda differensiallanuvchi va uning chegara nuqtalarida uzluksiz bo'lsin. f(x) funksiya]a, b[oraliqda monoton o'suvchi (kamayuvchi) bo'lishi uchun $\forall x \in]a, b[$ *da* $f'(x)>0$ ($f\,'(x)<0$) *bo'lishi shart.*

Isboti: Funksiya o'suvchi bo'lgan holni qaraymiz. $f\,'(x)>0$ shart berilgan. Lagranj teoremasini $\forall [x_1, x_2] \subset]a, b[$ ga qo'llaymiz: $f\,(x_2) - f\,(x_1) = f\,'(c)(x_2 - x_1)$, $c \in]x_1, x_2[$. $f\,'(c) > 0$ shartga binoan, $x_2 - x_1 > 0$. Demak, $f\,(x_2) - f\,(x_1) > 0 \Rightarrow f\,(x_2) > f\,(x_1)$.

Bu esa $x_2 > x_1$ da $f\,(x_2) > f\,(x_1)$, ya'ni $f\,(x)$ o'suvchi demakdir.

Teoremaning ikkinchi qismini isbotlash o'quvchiga havola qilinadi. Alomatning geometrik tasviri ***1-shakl***da.

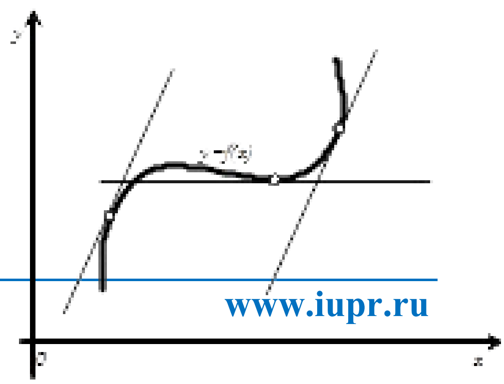


1-SHAKL

Biror oraliqda kamaymovchi (o'smovchi) funksiya uchun shu oraliqda $f'(x) \geq 0$ ($f'(x) \leq 0$) *bo'lishi zarur va yetarli shart* (***9-shakl***).

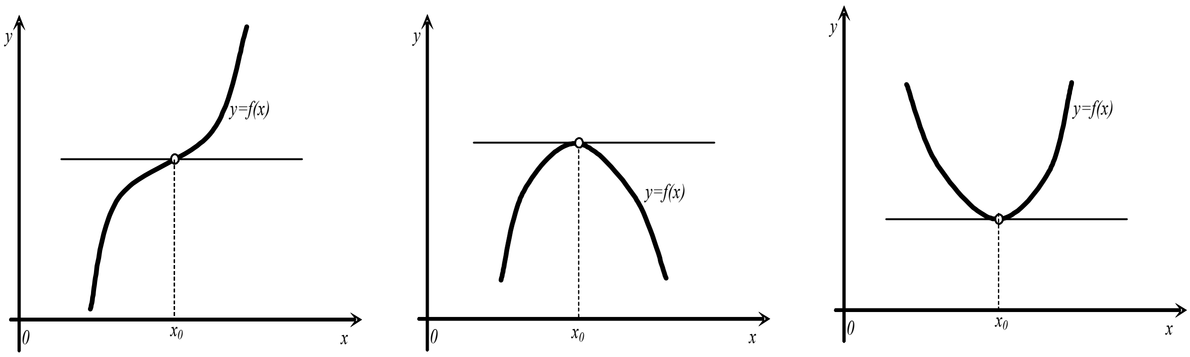
Bu holda, funksiya grafigiga o'tkazilgan urinma ba'zi nuqtalarda *Ox* o'qiga parallel bo'ladi.

Agar $f'(x_0)=0$ *bo'lsa, u holda* x_0 *nuqta f(x) funksiyaning stasionar nuqtasi deyiladi.*



Stasionar nuqtalarga funksiya grafigiga o'tkazilgan urinma *Ox* o'qga parallel bo'lgan nuqtalar tug'ri keladi. Yuqorida o'rnatilgan alomat har bir nostasionar nuqtada funksiya o'zgarishini aniqlashga imkon beradi. ***2-shakl***

Funksiyaning stasionar nuqtadagi, hamda uning hosilaga ega bo'lmagan nuqtadagi xarakteri alohida o'rganiladi. Funksiya grafigining stasionar nuqta atrofidagi mumkin bo'lgan ko'rinishi ***3-shakl***da keltirilgan.



3-SHAKL

f(x) funksiya x_0 *nuqtada* $f(x_0)$ *maksimumga ega deyiladi, agar bu nuqtaning biror atrofida* ($x \neq x_0$ *da*)

$f(x) < f(x_0)$ (1) *tengsizlik bajarilsa;*

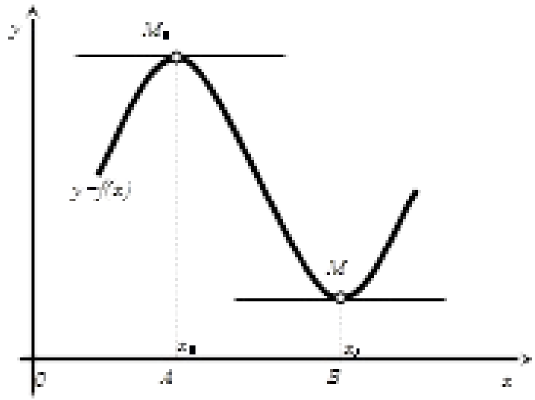
$f(x)$ *funksiya* x_0 *nuqtada* $f(x_0)$ *minimumga ega deyiladi, agar bu nuqtaning biror atrofida* ($x \neq x_0$ *da*)

$f(x) > f(x_0)$ (2) *tengsizlik bajarilsa.*

Shunday qilib, funksiyaning o'zgarishi x_0 nuqta atrofida qaraladi va (1) shart bajarilganda funksiya x_0 nuqtada ***lokal (maxalliy) maksimum***ga, va (2) shart bajarilganda ***lokal minimum***ga ega deyiladi.

Funksiyaning maksimum va minimumlari funksiyaning ekstremumlari deyiladi. Funksiya maksimum yoki minimumga erishgan nuqta, funksiyaning ekstremum nuqtasi deyiladi.

Masalan, grafigi 4- shaklda berilgan $f(x)$ funksiya x_0 nuqtada $f(x_0)=AM_0$ maksimumga, x_1 nuqtada $f(x_1)=BM$ minimumga ega.



4-SHAKL

$y=f(x)$ funksiya x_0 nuqtada ekstremum (maksimum yoki minimum)ga ega bo'lsin. Agar funksiya x_0 nuqtada differensiallanuvchi bo'lsa, bu holda $f'(x_0)=0$ bo'lishi zarurdir.

Haqiqatan ham, agar $f'(x_0)\neq 0$ deb faraz qilinsa, u holda x_0 nuqtada: $f'(x)>0$ bo'lsa funksiya o'suvchi, $f'(x_0)<0$ bo'lsa funksiya kamayuvchi bo'lar edi.

1-misol. $f(x)=x^2,\ x\in]-\infty;+\infty[$.

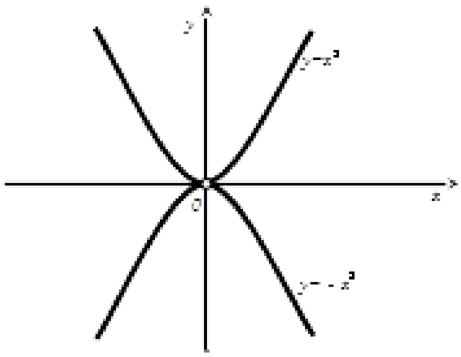
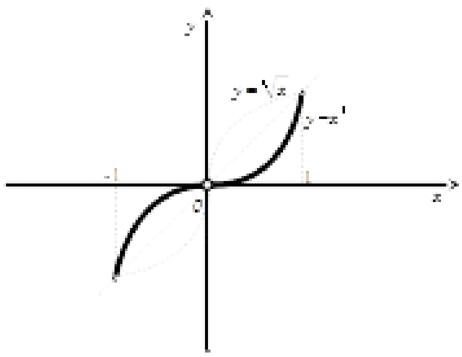
$f'(x)=2x,\ f'(0)=0.\ x=0$ nuqtaning atrofida ($x\neq 0$ bo'lganda) $f(x)>f(0)$, tengsizlik bajariladi, demak, $f(0)=0$ berilgan funksiyaning minimumi. (***5-shakl***).

2-misol. $f(x)=-x^2,\ x\in]-\infty;+\infty[$

$f'(x)=-2x,\ f'(0)=0.\ x=0$ nuqta ($x\neq 0$ bo'lganda) atrofida $f(x)<f(0)$, demak, $f(0)=0$ berilgan funksiyaning maksimumi. (***5-shakl***).

3-misol. $f(x)=-x^3,\ x\in]-\infty;+\infty[$ funksiya uchun $f'(0)=3x^2\big|_{x=0}$ biroq $x=0$ nuqta atrofida (1) yoki (2) tengsizliklar bajarilmaydi. Demak $x=0$ nuqtada ekstremum yo'q (***6-shakl***).

<u>Izoh:</u> Qaralgan nuqtalardan $x=0$ stasionar nuqta, hamda bu nuqtada funksiya uzluksiz. Endi quyidagi misollarni qaraymiz.

4-shakl *5-shakl*

$f(x)$ funksiyani qaraymiz: x_0 - funksiyaning kritik nuqtasi; $f(x)$ funksiya x_0 nuqtada uzluksiz va x_0 nuqtaning atrofida differensiallanuvchi (x_0 bundan xoli bo'lishi mumkin), undan tashqari, $f'(x)$ x_0 ning chap tomonida ham o'ng tomonida ham aniq ishoraga ega bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Sh.R.Xurramov. Oliy matematika. Toshkent-2018. 2-jild.
2. Nazirova E. S. et al. Construction of a numerical model and algorithm for solving two-dimensional problems of filtration of multicomponent liquids, taking into account the moving “oil-water” interface //E3S Web of Conferences. – EDP Sciences, 2023. – T. 402. – C. 14040.
3. Nematov A. R. et al. Application of Integral Accounting in Architecture and Construction //JournalNX. – C. 589-593.