

**Абдураимов Достонбек Эгамназар ўғли.**  
Гулистон давлат университети,  
«Амалий математика ва ахборот  
технологиялари» кафедраси катта  
ўқитувчиси.

**Раҳмонов Самариддин Камолиддин  
ўғли.** Гулистон давлат университети,  
«Математика» йўналиши 1-босқич  
талабаси.

**Ибрагимов Жавохир Аҳмад ўғли.**  
Гулистон давлат университети,  
«Математика» йўналиши 2-босқич  
талабаси.

## **ТРИГАНОМЕТРИК ТЕНГСИЗЛИКЛАРНИ ВЕКТОРЛАР ЁРДАМИДА ИСБОТЛАШ УСУЛЛАРИ**

**Аннотация:** Математиканинг муҳим таркибий қисмларидан бири бўлган триганометрия соҳасида турли хил тенгсизликларни исботлаш муҳим аҳамият касб этади. Бунда вектор ҳисоблашлардан фойдаланиш алоҳида ўрин тутди. Мазкур мавзуда талабаларнинг вектор ҳисоблашлари соҳасидаги билимларини мустақамлаш ва уларни триганометрик тенгсизликларни исботлашда қўллаш кўникмаларини ривожлантириш мақсад қилинган. Дастлаб, векторлар орасидаги бурчак ва скаляр кўпайтма тушунчалари ёритилади. Кейинчалик, вектор ҳисоблашлар ёрдамида турли хил триганометрик тенгсизликларни қандай исботлаш мумкинлиги ўрганилади. Мавзу доирасида кўплаб аниқ мисоллар ечиш орқали вектор методидан фойдаланиш кўникмалари шакллантирилади. Ушбу мавзунини чуқур ўзлаштириш талабаларнинг математик тафаккурини ривожлантириб, уларнинг математика фанини тўлиқ ўрганишига хизмат қилади. Олинган билим ва кўникмалар кейинчалик бошқа математик соҳаларда қўлланилиши мумкин.

**Калит сўзлар:** Вектор, косинус, учбурчак, тенгсизлик, градус, триганометрия, триганометрик тенгсизликлар, вектор ҳисоблашлар, вектор орасидаги бурчак, скаляр кўпайтма, математик тафаккур.

**Абдураимов Достонбек.** Гулистанский  
государственный университет, старший  
преподаватель кафедры «Прикладная  
математика и информационные  
технологии».

**Раҳмонов Самариддин.** Гулистанский  
государственный университет, студент  
1 курса специальности «Математика».

**Ибрагимов Жавохир.** Гулистанский

государственный университет, студент  
2 курса специальности «Математика».

## МЕТОДЫ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЕКТОРОВ

**Аннотация:** В области тригонометрии, которая является одной из важных составляющих математики, важно доказывать различные неравенства. Особое место при этом занимает использование векторных вычислений. Данная тема направлена на закрепление знаний учащихся в области векторных вычислений и развитие навыков их использования при доказательстве тригонометрических неравенств. Сначала объясняются понятия угла между векторами и скалярного умножения. Далее мы рассмотрим, как доказывать различные тригонометрические неравенства с помощью векторного исчисления. Навыки использования векторного метода формируются путем решения множества конкретных примеров по теме. Глубокое освоение этой темы будет способствовать развитию математического мышления учащихся и послужит их полноценному изучению математики. Полученные знания и навыки впоследствии можно применить в других математических областях.

**Ключевые слова:** Вектор, косинус, треугольник, неравенство, градусы, тригонометрия, тригонометрические неравенства, векторные вычисления, угол между векторами, скалярное умножение, математическое мышление.

**Abduraimov Dostonbek. Gulistan State University, senior lecturer at the Department of Applied Mathematics and Information Technologies.**

**Rahmonov Samariddin. Gulistan State University, 1st year student majoring in Mathematics.**

**Ibragimov Javohir. Gulistan State University, 2nd year student majoring in Mathematics.**

## METHODS FOR PROVING TRIGONOMETRIC INEQUALITIES USING VECTORS.

**Abstract:** In the field of trigonometry, which is one of the important components of mathematics, it is important to prove various inequalities. A special place is occupied by the use of vector calculations. This topic is aimed at consolidating students' knowledge in the field of vector calculations and developing skills in using them when proving trigonometric inequalities. First, the concepts of angle between vectors and scalar multiplication are explained. Next, we'll look at how to prove various trigonometric inequalities using vector calculus. Skills in using the vector method are developed by solving many specific examples on the topic. Deep mastery of this topic will contribute to the development of students'

mathematical thinking and will contribute to their full study of mathematics. The acquired knowledge and skills can subsequently be applied in other mathematical fields.

**Key words:** Vector, cosine, triangle, inequality, degrees, trigonometry, trigonometric inequalities, vector calculations, angle between vectors, scalar multiplication, mathematical thinking.

Математиканинг муҳим бўлимларидан бири бўлган триганометрия соҳасида турли хил тенгсизликларни исботлаш жуда муҳим ҳисобланади. Векторлар ҳисоблашлари ёрдамида триганометрик тенгсизликларни исботлаш алоҳида аҳамият касб этади. Мазкур мавзуда талабаларнинг вектор ҳисоблашлари соҳасидаги билимларини мустаҳкамлаш ва уларни триганометрик тенгсизликларни исботлашда қўллай олиш кўникмаларини шакллантириш кўзда тутилган. Дастлаб, векторлар орасидаги бурчак ва скаляр кўпайтма тушунчалари эслатиб ўтилади. Кейинчалик, вектор ҳисоблашлар ёрдамида турли хил триганометрик тенгсизликларни исботлаш жараёни ўрганилади. Бунда талабалар вектор методидан фойдаланиш орқали тенгсизликларни исботлашга доир кўникмаларни ривожлантиришади. Мавзу доирасида кўплаб аниқ мисоллар ёрдамида вектор методидан фойдаланган ҳолда тенгсизликларни исботлаш масалалари ечилади.

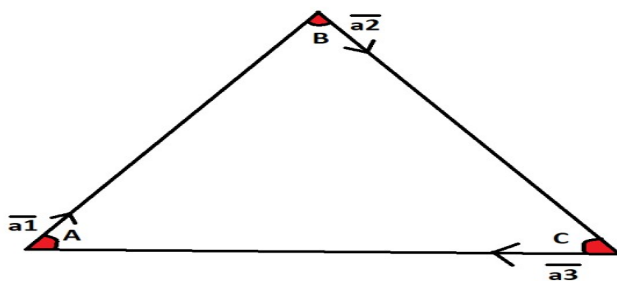
Ушбу мавзуни пухта ўзлаштириш талабаларнинг математик тафаккурини ривожлантиришга ва уларнинг математика фанини чуқур ўрганишига хизмат қилади. Мавзу давомида олинган билим ва кўникмалар кейинчалик математиканинг бошқа соҳаларида ҳам самарали қўлланилиши мумкин. Шу сабабли, ушбу мавзу математика таълимида алоҳида ўрин эгаллайди.

Ихтиёрий ABC учбурчак учун куйидаги тенгсизликни исботланг:

$$\cos \Delta A + \cos \Delta B + \cos \Delta C \leq \frac{3}{2}$$

**Исбот:**  $\Delta ABC$  учун  $\Delta A + \Delta B + \Delta C = \pi$

Векторлар орқали исботлаймиз: Векторларни учбурчакка жойлаштириб олайлик. (1-расм)



1-расм. Векторларни учбурчакка жойлаштириш.

$|\overline{a_1}| = |\overline{a_2}| = |\overline{a_3}| = 1$  (яъни бирлик векторлар),

Куйидаги шарт доимо ўринли:

$$(\overline{a_1} + \overline{a_2} + \overline{a_3})^2 \geq 0$$

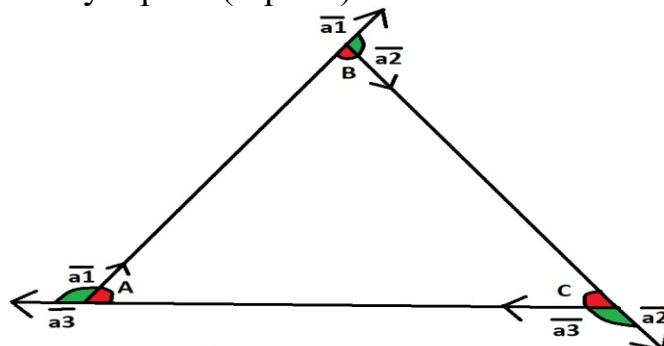
Соддалаштирсак:

$$|\overline{a_1}|^2 + |\overline{a_2}|^2 + |\overline{a_3}|^2 + 2(\overline{a_1 a_2} + \overline{a_1 a_3} + \overline{a_2 a_3}) \geq 0$$

$$3 + 2(\overline{a_1 a_2} + \overline{a_1 a_3} + \overline{a_2 a_3}) \geq 0$$

Энди шакл орқали  $\overline{a_1 a_2}, \overline{a_1 a_3}, \overline{a_2 a_3}$   $\overline{a_1 a_2}, \overline{a_1 a_3}, \overline{a_2 a_3}$  ни топамиз.

Векторларни параллел кўчирсак:(2-расм)



2-расм. Векторларни параллел кўчириш.

$$\overline{a_1 a_3} = |\overline{a_1}| \cdot |\overline{a_3}| \cos(\pi - \Delta A) = -\cos(\Delta A)$$

$$\overline{a_1 a_2} = |\overline{a_1}| \cdot |\overline{a_2}| \cos(\pi - \Delta B) = -\cos(\Delta B)$$

$$\overline{a_3 a_2} = |\overline{a_3}| \cdot |\overline{a_2}| \cos(\pi - \Delta C) = -\cos(\Delta C)$$

Бундан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$3 + 2(-\cos(\Delta A) - \cos(\Delta B) - \cos(\Delta C)) \geq 0$$

$$2(\cos(\Delta A) + \cos(\Delta B) + \cos(\Delta C)) \leq 3$$

$$\cos(\Delta A) + \cos(\Delta B) + \cos(\Delta C) \leq \frac{3}{2}$$

келтирилган масала исботланди.

Хулоса ўрнида шуни айтиш жоизки, векторлар орасидаги муносабатлар ва уларнинг ўзаро ҳаракати математик фандаги муҳим тушунчалар ҳисобланади. Бу тушунчаларни чуқур ўрганиб, улардан фойдаланиш кўникмаларини эгаллаш талабаларнинг математик тафаккурини ривожлантиришга хизмат қилади. Мазкур мавзуда триганометрик тенгсизликларни вектор ҳисоблашлари ёрдамида исботлаш ўргатилади. Бу ўқув материалларини самарали ўзлаштириш орқали талабалар триганометрия соҳасидаги билимларини мустаҳкамлаб, уларни турли мисоллар ечишда қўллай олиш кўникмаларига эга бўладилар. Олинган билим ва малакалар кейинчалик бошқа математик соҳаларда қўлланилиши мумкин. Бундан ташқари, бу мавзу талабаларнинг математика фанини чуқур ўзлаштиришига ҳам ёрдам беради. Векторлардан фойдаланган ҳолда триганометрик тенгсизликларни исботлаш мавзуси талабаларнинг математик салоҳиятини ошириш учун муҳим ўрин тутади.

### ҲОИДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. А.Й.Нарманов. Аналитик геометрия, дарслик, Тошкент 2008-й.
2. С.В.Бахвалов, П.С.Моденов, А.С.Пархоменко. Аналитик геометриядан масалалар тўплами, Тошкент-2005.
3. Э.У.Соатов-Олий математика, 3-жилд дарслик, Тошкент, “Ўзбекистон” 1996-й.

4. Ибрагимов , Ж. (2024). Тригонометрик формулаларнинг лабачевски геометриясидаги ўрни : Тригонометрик формулаларнинг лабачевски геометриясидаги ўрни . MODERN PROBLEMS AND PROSPECTS OF APPLIED MATHEMATICS, 1(01). Retrieved from <https://ojs.qarshidu.uz/index.php/mp/article/view/617>
5. Раҳмонов, С. (2024). Физик масала ва унинг геометрик ҳолатдаги ечими: Физик масала ва унинг геометрик ҳолатдаги ечими. MODERN PROBLEMS AND PROSPECTS OF APPLIED MATHEMATICS, 1(01). Retrieved from <https://ojs.qarshidu.uz/index.php/mp/article/view/616>
6. АБДУРАИМОВ, Д. (2023). ТЕРМОЭЛАСТИК ДИНАМИК БОҒЛИҚ МАСАЛАНИНГ СТЕРЖЕНЬ УЧУН МАТЕМАТИК МОДЕЛИ ВА СОНЛИ ЕЧИМИ. Journal of Experimental Studies, 1(1), 3-7.
7. Нафасов ҒА, Абдураимов ДЭ, and Н. М. Усмонов. "ТРАНСВЕРСАЛ ИЗОТРОП ЖИСМ УЧУН ИККИ ЎЛЧОВЛИ ТЕРМОЭЛАСТИК БОҒЛИҚ МАСАЛАНИ СОНЛИ МОДЕЛЛАШТИРИШ ВА УНИНГ ДАСТУРИЙ ТАЪМИНОТИ." ҚарДУ ХАБ: 13.
8. Абдураимов, Д. Э. (2023). ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОГО СОЕДИНЕНИЯ ИЗОТРОПНОГО ПАРАЛИПИПЕДА И ЕЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ. Экономика и социум, (6-1 (109)), 567-573.
9. Seytov, A., Abdurakhmanov, O., Kakhkhorov, A., Karimov, D., & Abduraimov, D. (2024). Modeling of two-dimensional unsteady water of movement in open channels. In E3S Web of Conferences (Vol. 486, p. 01023). EDP Sciences.
10. Mamatov, A., Bakhramov, S., Abdurakhmonov, O., & Abduraimov, D. (2023, October). Mathematical model for calculating the temperature of cotton in a direct-flow drying drum. In AIP Conference Proceedings (Vol. 2746, No. 1). AIP Publishing.