О СОСТАВЛЕНИИ И МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Соатов Улугбек Абдукадирович
Джизакский политехнический институт, доцент, к.ф-м.н.
Джонизаков Улугбек Абдуганиевич
Джизакский политехнический институт, ст.преподаватель

Аннотация: В данной статье исследуются некоторые практические вопросы, связанные с применением обыкновенных дифференциальных уравнений. При решении практических задач физики и технических наук условие задачи, а также способы создания и решения дифференциальных уравнений с использованием математической связи между переменными величинами и их суммами задаются путем решения задач.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение, задача, переменная величина, пропорциональность, общее решение, частное решение, интеграл, начальное условие, скорость, время.

ON THE DEVELOPMENT AND METHODS OF SOLVING DIFFERENTIAL EQUATIONS WHEN SOLVING PRACTICAL PROBLEMS

Soatov Ulugbek Abdukadirovich
Jizzakh Polytechnic Institute, Associate Professor
Джонизаков Улугбек Абдуганиевич
Jizzakh Polytechnic Institute, Senior teacher

Abstract: This article examines some practical issues related to the use of ordinary differential equations. When solving practical problems in physics and technical sciences, the condition of the problem, as well as methods for creating and solving differential equations using the mathematical relationship between variables and their sums, are specified by solving problems.

Keywords: differential equation, problem, variable, proportionality, general solution, particular solution, integral, initial condition, speed, time.

Решение практических задач в физике, технике, естественных науках, биологии и других областях часто состоит из их математической модели – создания и решения дифференциальных уравнений. Составление дифференциальных уравнений с использованием условия задачи означает определение математической связи между переменными величинами и их произведениями. Однако построить дифференциальные уравнения не всегда легко. Для этого необходимо хорошо знать и понимать элементарные законы той области науки, к которой относится рассматриваемый вопрос.

Невозможно показать общую схему дифференциальных уравнений. Исходя из условий рассматриваемой задачи, при решении практических задач различного содержания в результате создания дифференциальных уравнений приходим к одному из следующих трех типов уравнений:

1. Дифференциальные уравнения, содержащие дифференциалы;
2. Дифференциальные уравнения с производными;
3. Простейшие интегральные уравнения, которые затем заменяются дифференциальными уравнениями;

Задача 1. Когда ветер входит в лес, его скорость немного снижается из-за сопротивления деревьев. Убыль на бесконечно малом пути пропорциональна скорости в начале пути и его длине. Если скорость ветра при входе в лес равна $v_0 = 12\, м/с$, найти скорость ветра при входе в лес 150 м. Пусть скорость ветра будет $v_1 = 11{,}8\, м/с$ при заходе в лес на $s = 1\ \ м$.

Решение. В начале леса скорость ветра на расстоянии s равна v, уменьшение скорости на расстоянии ds равно $-dv$ (убывающий процесс). Это уменьшение пропорционально v. Дифференциальное уравнение для этой задачи будет иметь следующий вид: $-dv = kvds$ или $\frac{dv}{v} = -kds$. Интег-Интегрируя это уравнение, получаем общее решение:

$$v = Ce^{-ks}.$$

Используя $s=0$, находим неизвестное С=v_0. Следовательно, имеем частное решение вида: $v=v_0e^{-ks}$.

Для нахождения коэффициента пропорциональности k воспользуемся условиями $s=1\ м$, $v=v_1=11,8\,м/c$, $v_0=12\,м/c$, и получим:

$e^{-k}=\frac{v_1}{v_0}=\frac{11,8}{12}=0,983$. Подставляя это значение в $v=Ce^{-ks}$ имеем следующее : $v=12\cdot(0,983)^{150}=12\cdot 0,0776\cong 0,93\,м/c$.

Таким образом, при входе ветра в лес на высоте 150 м его скорость равна 0,93 м/сек.

Задача 2. Ракету запускают вверх с начальной скоростью $v_0=100\ м/c$. Сопротивление воздуха придает ракете отрицательное ускорение $-kv^2$ и замедляет ее движение (где v - мгновенная скорость ракеты, k - коэффициент пропорциональности). Найдите время, за которое ракета достигнет наивысшей точки.

Решение. Условно мы рассматриваем движение ракеты как движение материальной точки. В этом случае общее ускорение ракеты будет равно

$$w=-g-kv^2.$$

Здесь g – ускорение свободного падения, k – коэффициент пропорциональности. Но поскольку ускорение $w=\frac{dv}{dt}$, то запишем приведенное выше дифференциальное уравнение в следующем виде:

$$\frac{dv}{dt}=-\left(g+kv^2\right).$$

Мы создаем это уравнение путем разделения переменных в дифференциальном уравнении $\frac{dv}{g+kv^2}=-dt$.

Для интегрирования этого дифференциального уравнения сделаем следующую замену

$$\frac{d\left(\sqrt{\frac{k}{g}}v\right)}{\sqrt{\frac{k}{g}\left(1+\left(v\sqrt{\frac{k}{g}}\right)^2\right)}}=-gdt$$ или $$\sqrt{\frac{g}{k}}\frac{d\left(\sqrt{\frac{k}{g}}v\right)}{1+\left(v\sqrt{\frac{k}{g}}\right)^2}=-gdt$$.

Интегрируя это уравнение, получаем следующее общее решение

$$\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{k}{g}}v=-\sqrt{gk}\,t+C$$

Из начального условия $v=v_0=100\ м/с$ при $t=0$ получим

$$C=\operatorname{arctg}100\sqrt{\frac{k}{g}}.$$

В результате формируется следующее частное решение:

$$\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{k}{g}}v-\operatorname{arctg}100\sqrt{\frac{k}{g}}=-\sqrt{gk}\,t.$$

Известно, что при $t=T,\ v=0,\ g=10\ м/с^2$. Подставив эти значения в приведенное выше уравнение, запишем следующее выражение.

$$T=\frac{\operatorname{arctg}100\sqrt{\frac{k}{g}}}{\sqrt{gk}}=\frac{\operatorname{arctg}(31{,}62\sqrt{k})}{3{,}162\sqrt{k}}.$$

Итак, за время, представленное этой формулой, ракета достигает высшей точки.

В заключение можно сказать, что решение практических задач, связанных с применением дифференциальных уравнений, требует большей изобретательности, тщательного анализа и понимания рассматриваемого процесса. Конечно, повысить навыки и квалификацию на более высокий уровень можно только в результате решения множества задач и примеров.

Признавая оригинальность изученных выше задач, уместно подчеркнуть, что такие задачи можно решить, сведя их к простым дифференциальным уравнениям. В работах [1-17] рассмотрены различные задачи и изучены методы их решения.

Использованная литература.

1. Abdukadirovich, S. U., & Abduganievich, D. U. (2022). ABOUT THE METHODS OF SOLVING PARAMETRIC EQUATIONS. *Journal of Academic Research and Trends in Educational Sciences*, *1*(5), 1-7.
2. Abdug'aniyevich, D. U. B. (2022). PARAMETRLI LOGARIFMIK TENGLAMALARNI YECHISH USULLARIGA OID BA'ZI MASALALAR. *PEDAGOGS jurnali*, *5*(1), 8-16.
3. Соатов, У. А., & Джанизоков, У. А. (2022). Сложные события и расчет их вероятностей. *Экономика и социум*, (1-2 (92)), 222-227.
4. Djonuzaqov, S. U. (2019). Irratsional tenglama va tengsizliklarni yechish metodlarining tatbiqlari haqida. *Scientific-methodical journal of" Physics, Mathematics and Informatics*, *4*, 8-16.
5. Soatov, U. A. (2022). Tenglamalarni yechishning grafik usuli haqida. *Science and Education*, *3*(8), 7-12.
6. Abdukadirovich, S. U., & Abduganievich, D. U. (2023). Using Real World Problems in Developing Students' Mathematical Skills. *Eurasian Journal of Physics, Chemistry and Mathematics*, *14*, 10-15.
7. Abdukadirovich, S. U., & Abdug'oniyevich, D. U. B. (2022, November). ABOUT THE METHODS OF SOLVING GEOMETRIC PROBLEMS AT THE SCHOOL LEVEL. In *E Conference Zone* (pp. 49-56).
8. Soatov, U. A. (2022). Logarfmik funksiya qatnashgan murakkab tenglamalarni yechish usullari haqida. *Science and Education*, *3*(9), 16-22.
9. Abdukadirovich, S. U., & Abdug'oniyevich, D. U. B. (2023). GEOMETRIK MASALALARNI YECHISHDA ASOSIY TUSHUNCHALARNI BIRGALIKDA QO'LLASH. *Conferencea*, 45-50.
10. Соатов, У. А., & Джанизоков, У. А. (2023). О НЕКОТОРЫХ

СПОСОБАХ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ. *Экономика и социум,(1-1 (104))*, 411-415.