

ПОСТРОЕНИЕ КВАДРАТА РАВНОЙ ПЛОЩАДИ ИЛИ ПРИРАВНИВАЮЩЕЙ ЗАДАННОМУ КРУГУ

Ташпулатов Равшанбек Хуснутдинович

Саидназарова Саида Фахриддиновна

Таирова Нафиса Сабиржановна

Ташкентский государственный технический университет имени Ислама
Каримова

БЕРИЛГАН ДОИРАГА ТЕНГДОШ ЁКИ ТЕНГ ЮЗАЛИ КВАДРАТ ЯСАШ

Тошпулатов Равшанбек Хуснутдинович

Саидназарова Саида Фахриддиновна

Таирова Нафиса Сабиржановна

Ислом Каримова номидаги Тошкент давлат техника университети

CONSTRUCTION OF A SQUARE EQUAL TO THE AREA OR EQUATING TO A GIVEN CIRCLE

Tashpulatov Ravshanbek Khusnutdinovich

Saidnazarova Saida Fakhriddinovna

Tairova Nafisa Sabirzhanovna

Tashkent State Technical University named after Islam Karimov

Аннотация. Данная статья просвещена методом решения геометрических задач, построение квадрата равной площади заданному кругу. Также проанализированы задачи древних ученых Европы и средней Азии.

Аннотация. Ушбу мақола геометрик масалаларни ечиш усуллариға бағишланган бўлиб, берилган доираға тенг юзали квадратлар ясашға кўрилган. Шунингдек қадимги Европа ва ўрта Осиё олимлари масалалари таҳлил қилинган.

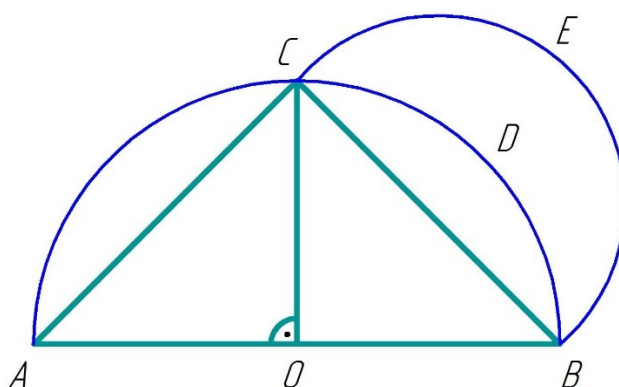
Annotation. This article is enlightened by the method of solving geometric problems, the construction of a square equal to the area of a given circle. The tasks of ancient scientists of Europe and Central Asia are also analyzed.

Ключевые слова. Круг, площадь, циркуль, линейка, квадратура окружности, иррациональные или трансцендентальные числа, алгебраическое уравнения, квадрат равной окружности, площадь окружности, прямоугольный треугольник, четырёхугольник, трапеция, сегмент, сектор, длина окружности, многоугольник, древние учёные Европы и средней Азии.

Калит сўзлар. Доира, юза, циркуль, чизғич, квадрат, айлана квадратураси, ирроционал ёки трансцендент сон, алгебраик тенглама, айланага тенг квадрат, айлана юзаси, тўғри бурчакли учбурчак, тўртбурчак, трапеция, сегмент, сектор, айлана узунлиги, кўпбурчак, қадимги Европа ва Ўрта Осиё олимлари.

Key words. Circle, area, compass, ruler, quadrature of a circle, irrational or transcendental numbers, algebraic equations, square of an equal circle, area of a circle, right triangle, quadrilateral, trapezoid, segment, sector, length of a circle, polygon, ancient scientists of Europe and Central Asia.

Масалага тўлиқ аниқлик киритиш учун уни қуйидагича мазмунда ифодалаш мумкин. Берилган доира юзасига тенг бўлган квадрат яшаш. Доира квадратураси масаласига оид бўлиб, у яшашга доир масалалар туркумига киради [21.]. Қадимги греклар фақат циркуль ва чизғич ёрдамида ясашиб ечиладиган масалаларни яшашга доир масалалар ҳисоблаганлар ҳамда шу усул билан кўпгина геометрик масалалар ечилган. Агар бирор геометрик масала бирор бошқа воситалар ёрдамида ечилса, уни яшашга доир масалалар туркумига киритмаганлар. Аммо айрим грек олимлари бу масалаларни бошқа воситалар қўллаш билан ечимини топишга ҳаракат қилганлар. Масалани доира квадратураси масаласини Гиппократ Хиосский (эр. авв. V аср) қуйидагича ечган. Гиппократ ОСВ сектор юзини СВ томонга чизилган СВЕ ярим доира юзига тенглигини исботлади (1-чизма).



1-чизма

Агар ОСВ сектор ва СЕВ ярим доира юзларидан CBD юзани айрилса, ОВС тўғри бурчакли учбурчак юзи CDBE ойча юзига тенг бўлади. Бу

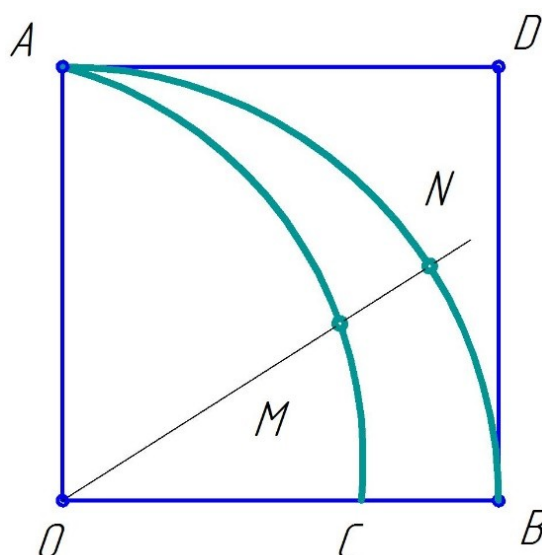
шаклларни барчасини циркуль ва чизғич ёрдамида яшаш мумкин. Аммо ΔOBC квадратнинг бир бўлаги ОСА унинг иккинчи бўлаги деб қабул қилинса, CDBE ойча билан иккинчи ойча битта айланани ташкил қиладими?

Гиппократнинг бу кашфиёти ҳам айлана ёйлари билан чегараланган ойчалар юзаларини аниқлаш мумкинлиги грек геометрларига циркуль ва чизғич ёрдамида айлана квадтратриссасини яшаш мумкинлиги тўғрисида ишонч туғдиради. Аммо унинг кашфиётини қадимги грек тарихчи математики Эвдем Родосский ва Аристотел танқидига учраган.

Қадимги грек олимларининг уринишлари билан айлана квадратураси масаласи ечилмади. Худди шунингдек, кубни иккилантириш ва бурчак трисекцияси масалалари ҳам циркуль ва чизғич орқали яшашга доир масала сингари ечилмади.

Бизнинг асримизда ҳам жуда кўп олимлар бу масалалар билан шуғулланди. Аммо натижага эриша олмадилар. Юқорида келтирилган учта қадимий масала циркуль ва чизғич ёрдамида ечиш мумкин эмаслигини Европанинг айрим олимлари математик усуллар билан исботлаганлар.

1755 йилда Париж Академияси айлана квадратураси масаласини ечилишини йиғилишларида кўрилмаслиги ҳақида қарор қабул қилган. Шундан сўнг бу масала билан шуғулланувчи олимлар анча камайди. Агар R радиусли айлана берилган бўлса, унга тенгдош квадратнинг томони X деб олинса, $X^2 = \pi \cdot R^2 (1)$ бўлади. Бундан $X = R \cdot \sqrt{\pi} (2)$ бўлади, R билан бирор бутун ёки каср сон кўпайтмасини циркуль ва чизғич ёрдамида яшаш ҳамма вақт мумкун. Аммо $R \cdot \sqrt{\pi}$ ёрдамида яшашлар бажариш мумкин эмас. 1761 - йилда π сонини иррационал сон эканлигини немис олими И.Ламберт исботлади. Сўнгра француз математики А.Лежандр ҳам π сонини, иррационал 1882 - йилда немис математики Ферденонд Линдеман π сонини трансцендент сон эканлигини R билан бирор иррационал ёки трансцендент сон кўпайтмасини яшаш мумкин эмаслигини исботлади, π сонини коэффицентлари бутун сонлар бўлган бирор алгебраик тенгламанинг илдизи бўлмаслигини, математик олимлар томонидан исботланди. Айлана квадратураси масаласини ечишда $R \cdot \sqrt{\pi}$ кесмани яшаш учун π сонига тенг кесма яшашга тўғри келади. π сони трантсендент сон бўлгани учун уни циркуль ва чизғич ёрдамида яшаш мумкин эмас. Шунинг учун кўшимча воситалардан фойдаланиб, Динострат (IV э.а.) квадратница ёрдамида қуйидагича ечган.



2 - чизма

ANB айлананинг чорак бўлаги AOB квадратга жойлашган бўлиб (2-чизма) AMC эса квадратнинг квадратураси бўлсин. Динострат Папп Александрийский исботлаган $ANB:OB=OB:OC$ нисбатдан фойдаланиб $OA=OB=R$ бўлганидан $ANB:R=R:OC$ бўлиб, бундан $ANB=R^2/OC$ бўлади. Бунда R радиуси айлана узунлиги $4R^2:OC$ га тенг бўлади 2-чизма. Династрат берилган айланага тенг квадрат яшаш учун қуйидаги теоремадан фойдаланган.

Айлана юзаси шундай учбурчакнинг юзига тенгки, унинг асоси айлана узунлигига, баландлиги эса айлана радиусига тенгдир.

π сони ҳақида. Айлана юзига тенг квадрат яшашда квадратнинг томони $x=R\cdot\sqrt{\pi}$ бўлгани учун π сони ҳақида қуйидаги маълумотларни келтирамиз. Эрамиздан аввалги II асрда мисрликларнинг тадқиқотларига асосан айлана юзига тахминан тенг квадратнинг томони айлана юзининг 9 дан 8 диаметрининг квадратиغا тенг. Яъни $S_{ay}=(\frac{8}{9}\cdot d)^2$ бундан $\pi=(\frac{8}{9}\cdot 2)^2=3,16$ бўлади.

Айлана квадратураси масаласини ечишда Архимеднинг хизматлари катта бўлган. Унинг айлана квадратурасига бағишланган “Айланани ўлчаш” рисоласи билан геометрия фанига жуда катта ҳисса қўшган олимдир. Бу рисолада Архимед қуйидаги учта теоремани исботлади.

1. Айлананинг юзи шундай тўғри бурчакли учбурчак юзига тенгки, унинг бир катети айлана узинлигига, иккинчиси айлана радиусига тенг бўлади.

2. Айлананинг юзи унинг диаметрига қурилган квадрат юзига нисбати 11:14 тенг бўлади.

3. Айлананинг узунлиги унинг диаметрдан 3 марта ошиқ бўлиб,

еттидан бир кичик ва етмишдан 10 марта катта бўлади.

3-теореманинг мазмунини символиклар билан қуйидагича ёзамиз.

$C - 3 \cdot D < \frac{1}{7} \cdot D$ ва $C - 3 \cdot D < \frac{10}{70} \cdot D$. Бунда C – айлана узунлиги, D – айлана диаметри, бундан $\frac{10}{71} \cdot D < C - 3 \cdot D < \frac{1}{7} \cdot D$ ёки $3 \frac{10}{71} < \frac{C}{D} < 3 \frac{1}{7}$, демак, $3 \frac{10}{71} < \pi < 3 \frac{1}{7}$ бўлади. π – нинг юқори $3 \frac{1}{7}$ ва қуйи $3 \frac{10}{71}$ чегараларини аниқлаш учун Архимед айланага ташқи ва ички чизилган мунтазам кўп бурчаклар периметрларини айлана диаметрига нисбати билан аниқлайди. Бунда Архимед 6 бурчакдан 96 бурчаккача текшириб кўради ва нинг юқори чегараси $\pi = \frac{22}{7} = 3,14285\dots$ бўлганини аниқлайди. Айлананинг тахминий квадратураси билан қадимги грек олимларидан Клавдия Птоломей ҳам шуғулланган. Птоломей ўзининг “Алмагест” асарида синуслар учун жадвал тузишда 60 лик ҳисоблаш системасидан фойдаланиб, π нинг қийматини $3,8',30''$ га тенглигини ҳисоблайди. Бунда $\pi = 3,8',30'' = 3 + \frac{8}{60} + \frac{30}{3600} = 3 \frac{7}{120} = 3,14167\dots$ Птоломейнинг π сонини аниқлаш қиймати Архимедникидан аниқроқдир.

Айлананинг тахминий квадратураси ҳақида қадимги Хитойликлар тадқиқотлари.

Бизнинг эрамининг бошларида хитойликлар томонидан “Математика”га доир “Тўққиз китоби” рисоласи яратилган. Бу рисоланинг биринчи китоби “Майдонларни ўлчаш” деб номланиб, унда тўртбурчак, учбурчак, трапеция, айлана, сегмент, сектор ва халқа каби геометрик шаклдаги майдонларнинг юзаларини ҳисоблашга тегишли масалалар келтирилган. Хитойликлар айлана, сектор ва халқаларни ҳисоблашда $\pi = 3$ деб олганлар. Айланма ерлар юзасини ҳисоблашда қадимги хитойликлар қуйидаги қоидалардан фойдаланганлар. Айлана узунлиги ярмини диаметр ярмига кўпайтириш билан. Демак, $S = \frac{1}{2} C \cdot \frac{d}{2}$ бунда C – айлана узунлиги, d – унинг диаметри. Айлана узунлигини диаметрга кўпайтириб тўртга бўлиш билан. Демак, $S = \frac{cd}{4}$. Диаметрни ўзига кўпайтириб, тўртга бўлиш ва учга кўпайтириш билан. Демак, $S = \frac{d^2}{4} \cdot 3 = \frac{3}{4} d^2$. II асрда Хитойлик математик Чжан Хен $\pi = \sqrt{10}$ га тенглигини аниқлайди. π нинг бу қийматидан Ҳиндистонлик математик Брамагупта ўз тадқиқотларида фойдаланади. III асрда Хитойлик математик Лю Хуэй айланага ички чизилган 192 томонли мунтазам кўпбурчак чизиш билан

$$\frac{157}{50} = 3,14 \text{ эканлигини исботлайди.}$$

Айлананинг тахминий квадратураси ҳақидаги Қадимги ҳинд олимлари тадқиқотлари.

Ҳиндларнинг “Силва-сутри” яъни “Иплар қоидаси” геометрик асарида айлана квадратураси тўғрисида қуйидаги маълумотлар келтирилган. Рисолада айлана диаметрини 15 та тенг бўлақларга бўлиб, унинг 13 та бўлагини айланага тенг бўлган квадратнинг томони деб қабул қилиш керак дейилган. Демак, $\pi = \frac{676}{225} = 3,00(4)$ бўлади. Яъни бунда S – айлана узунлиги, R – айлана радиуси бўлганида $S = \left(\frac{2 \cdot R}{15} \cdot 13\right)^2 = \left(\frac{13}{15}\right)^2 \cdot R^2$, $\pi = \left(\frac{13}{15}\right)^2 = \left(\frac{676}{225}\right)^2 = 3,00(4)$ бўлади. Ҳиндистонлик олимлар астрономия фанидан айлана квадратураси бўйича олиб борилган, тақрибий тадқиқотларида айланани ва уни бир бўлагини тўғирлаш (тўғри чизикқа жойлаштириш) бўйича шуғулланганлар. Шу сабабли π нинг турли қийматларини яратган. Масалан, VI асрда кўзга кўринган ҳинд математиклардан Ариабхата ўзининг “Ариабхатиам” астрономия-математика асарида π нинг қийматини қуйидагича қоидаси асосида келтирган.

$\frac{(100+4) \cdot 8 + 62000}{20000} = \pi$, 4 га 100 ни қўш, 8 га кўпайтир, 62000 ни қўшсанг бу диаметри 20000 га тенг бўлган айлана узунлиги бўлади.

$$\frac{(100+4) \cdot 8 + 62000}{20000} = \pi, \quad \pi = \frac{62832}{20000} = 3,1414.$$

VII асрда Ҳиндистон математикларидан бири Брамагупта π нинг иккита $\pi = 3$ ва $\pi = \sqrt{10}$ тахминий қийматларини тавсия этган. XII асрнинг биринчи ярмида Ҳиндистоннинг кўзга кўринган математикларидан Бхаскара-Акария ўзининг “Сидданта-сирамани” (Венес Тизийлари) астрономик-математик асарида $\pi = \frac{3927}{1250}$ касрли қийматни келтиради. У π нинг бу қиймати Архимед келтирган $\pi = 3\frac{1}{7}$ қийматдан аниқроқ эканини айтади. Бхаскара π нинг тахминий қийматини аниқроқ топиш учун $S_{2n} = \sqrt{2r^2 - 2\sqrt{r^2 - S_n^2}}$ формуладан фойдаланган. Бунга S_{2n} - айланага ички чизилган $2n$ мунтазам кўп, бурчак томони, S_n - радиусли айланага ички чизилган n бурчакли мунтазам кўпбурчак томони.

Айлананинг тахминий квадратураси ҳақида Ўрта Осиё олимларининг тадқиқотлари.

Ўрта Осиё математиклари жаҳон математикасига катта ҳисса қўшган олимлар ҳисобланади. Улар асосан илмий математика фанларидан астрономия,

алгебра, (тригонометрия, геометрия фанларини ривожлантиришда ва маълум бир тизимга солишга уларнинг роли катта бўлган. IX ва XVI асрларда араб халифалигига қарашли мамлакатлардан Ўрта Осиё мамлакатлари биринчи ўринда турганлар. Ўрта Осиё минтақасидан ўзбеклар, тожиклар ва эронликларнинг астрономия, математика, геодезия ва бошқа фанларини ривожлантиришда хизматлари каттадир.

Ўрта Осиё математикларидан айлана квадратураси билан шуғулланган олим Хоразмда туғилган Муҳаммад ибн Мусо ал Хоразмий бўлган. Алгебра фанини яратган Ал Хоразмий Ўрта Осиёликларни ва Европаликларни, грек ва ҳиндистонликлар яратган π сони ҳақидаги муҳим маълумотлар билан биринчи бўлиб таништирган олимдир. Хоразмий Архимеднинг тадқиқотлари ва $\pi=3\frac{1}{7}$ сони билан кўпчилик тадқиқотчиларни таништиради. Ҳиндистон олимлари кашф қилган $\pi=\sqrt{10}$ ва $\pi=\frac{62832}{20000}$ қийматлари π XV асрда айлана тахминий квадратураси билан Эрон математики Жамшид Гиёсиддин ал Коший шуғулланган. Бу ҳақдаги маълумотларни у “Айлана ҳақида рисола” сида 2π нинг 17 та ўнли белгилари билан қуйидагича келтиради $2\pi=6,2831853071795865$. π нинг бу қиймати ҳақиқатга анча яқиндир.

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати.

1. Муродов Ш.К., Тошимов Н.Э. “График тасвирлаш асослари (графика тарихи)”, “Навруз нашриёти”. Тошкент 2013 й.
2. Муродов Ш.К., Урушев А., Тошимов Н.Э., “Оддий геометрик яшашлар ҳақида”. Жайхун 2010 й, 2 – соп.
3. Отажонов Р.К. “Геометрик яшаш методлари” – Т. Ўқитувчи, 1965 й.
4. Чистяков В.Д. “Три знаменительные задачи древности” – М: Госучебнопедагогическое издательства., 1963 г.
5. WWW.edu.uz