

## **BERNULI TENGLAMASI YORDAMIDA YECHILADIGAN FIZIK MASALALAR**

*Xaydarov Ilxom Qudratovich*

*Dotsent, Chirchiq davlat pedagogika instituti, Toshkent, O'zbekiston*

*Eshqorayev Qahramon*

*O'qituvchi, Chirchiq davlat pedagogika instituti, Toshkent, O'zbekiston*

*Urinov Adxam Saidovich*

*Magistrant, Chirchiq davlat pedagogika instituti, Toshkent, O'zbekiston*

*Annotatsiya* Ushbu maqolada keyingi yillarda juda ahamiyat qaratayotgan fanlararo integratsiya muammosi yani fizik masalalar va differensial tenglamalar orasida integratsiya qaratilgan. Fizik jarayonlarni Bernuli tenglamlar yordamida yechishga doir bir nechta misollar keltirilgan.

*Kalit so'zlar:* moddiy nuqta, integratsiya, tezlik, kuch, differensial tenglama.

## **APPLICATION OF LIMITED CHAIN FACTS TO SOME ISSUES**

*Xaydarov Ilxom Qudratovich*

*Associate Professor, Chirchik State Pedagogical Institute,*

*Tashkent, Uzbekistan*

*Eshqorayev Qahramon*

*Teacher of Chirchik State Pedagogical Institute of Tashkent region*

*Urinov Adxam Saidovich*

*Master, Chirchik State Pedagogical Institute, Tashkent, Uzbekistan*

*Abstract:* This paper focuses on the problem of interdisciplinary integration, which has become very important in recent years, that is, integration between physical problems and differential equations. Several examples of solving physical processes using Bernoulli's equations are given.

*Keywords: material point, integration, velocity, power, differential equation.*

## KIRISH

Ta'lim jarayonida insonparvarlik va tabiiy-ilmiy madaniyatlarning o'zaro ta'sirining misoli sifatida uning tarkibidagi juda katta birliklar bir xil va nosimmetrik tarzda taqdim etilgan mavzular bilan birlashtirilgan kurslarni amalga oshirishi mumkin. Madaniyatning ushbu yo'nalishlarini o'qitishda birlashtiruvchi omil, shuningdek individual namoyon bo'lishining bir qismi alohida ob'ektning materiali bo'lishi mumkin, uning o'ziga xos mazmunidan boshqa predmetlarning tarkibiga integral radikal aloqalar tarqaladi.

Tabiiy va fizik jarayonlarni o'rganishda fanlararo integratsiya juda katta ahamiyatga ega. Har doim fizika fanida matematikaning o'rni beqiyosdir.

Ushbu ishda fizika va differensial tenglamalari fanlari orasidagi integratsiya qanchalik muhim ekanligini quyidagi misollar yordamida ko'rib chiqilgan. Fizik jarayonlarni Bernuli tenglamlari yordamida yechish ko'rib chiqilgan.

Quyidagi ishlarda ham fanlararo integratsiya katta ahamiyat qaratilgan.[0],[2],[5],[**Ошибка! Источник ссылки не найден.**] ishlarda matematika va informatika fanlari orasidagi fanlararo integratsiyaga katta e'tibor qaratilgan. [3],[4],[**Ошибка! Источник ссылки не найден.**],[**Ошибка! Источник ссылки не найден.**] ishlarda algebra va geometriya fanlari orasidai integratsiya misollar yordamida ko'rsatilgan. [6],[7],[8],[9],[10],[11],[12],[13],[14],[15],[16],[17], [18],[19] ishlarda matematika, mexanika va fizika fanlari orasida integratsiyalarni ko'rsatib o'tilgan.

### Tadqiqot ob'ekti va qo'llaniladigan metodlar

Tadqiqot ob'ekti sifatida fizik jarayonlarni Bernuli tenglamalari yordamida yechish. Tadqiqot metodlari: masalani yechishning aniq usullari, taqribiy-aniiq usullari va sonli usullari.

## Olingan natijalar va ularning tahlili

Bernuli tenglamalari haqida teorima va xossalarida foydalanib fizik jarayonlarni yechishni keltiramiz. Olding Bernuli tenglamasi haqida qisqacha ma’lumot keltiramiz.

Ушбу

$$y' + P(x)y = Q(x)y^n$$

кўринишдаги тенглама *Бернулли тенгламаси* дейилади. Бунда  $P(x)$  ва  $Q(x)$  лар  $x$  нинг узлуксиз функциялари ҳамда  $n \neq 0$  ва  $n \neq 1$ .

Тенгламанинг барча ҳадларини  $y'$  га бўламиз:

$$y^{-n}y' + P(x)y^{-n+1} = Q(x). \quad (1)$$

Энди  $z = y^{-n+1}$  алмаштиришни бажарамиз. У холда

$$z' = (-n + 1)y^{-n}y'$$

Буларни (9.1) тенгламага қўйсақ,

$$z' + (-n + 1)P(x)z = (-n + 1)Q(x)$$

чизиқли тенглама ҳосил бўлади. Бунинг умумий интегралини топиб ҳамда  $z$  ўрнига  $y^{-n+1}$  ифодани қўйиб, Бернулли тенгламасининг умумий интегралини топамиз.

Эслатма. Бернулли тенгламасидан  $n = 0$  бўлганда чизиқли тенглама,  $n = 1$  бўлганда эса ўзгарувчилари ажраладиган тенглама ҳосил бўлади. Бернулли тенгламасини бевосита  $y=uv$  ўрнига қўйиш орқали ечиш ҳам мумкин.

Мисол. Ушбу

$$\frac{dy}{dx} - \frac{3}{x}y = -x^2y^2$$

Бернулли тенгламасининг умумий интегралини топинг.

Ечиш. Тенгламининг иккала томонини  $y^2$  га бўлиб, қуйидагини ҳосил қиламиз ( $y = 0$  бўлган ҳол алоҳида текширилади):

$$\frac{1}{y^2} \cdot \frac{dy}{dx} - \frac{3}{x} \cdot \frac{1}{y} = -x^2$$

$\frac{1}{y} = z$  деймиз, у ҳолда

$$-\frac{1}{y^2} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{dz}{dx}$$

ва тенглама қуйидаги кўринишга келади:

$$\frac{dz}{dx} + \frac{3}{x} \cdot z = x^2$$

Бу чизиқли бир жинсли бўлмаган тенгламани вариация усули билан интеграллаймиз. Бир жинсли  $\frac{dz}{dx} + \frac{3}{x} \cdot z = 0$  тенгламининг умумий ечими  $z = \frac{C}{x^3}$  бўлади. Бу ерда  $C = C(x)$  деб, қуйидагини ҳисоблаймиз:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dC(x)}{dx} \cdot \frac{1}{x^3} - \frac{3C(x)}{x^4}$$

ва чизиқли тенгламага қўямиз:

$$\frac{dC(x)}{dx} \cdot \frac{1}{x^3} - \frac{3C(x)}{x^4} + \frac{3C(x)}{x^4} = x^2$$

ёки  $dC(x) = x^5 dx$ , бундан  $C(x) = \frac{x^6}{6} + C_1$  демак, бир жинсли бўлмаган тенгламининг умумий ечими

$$z = \frac{x^3}{6} + \frac{C_1}{x^3}$$

бўлади.  $z$  ни  $\frac{1}{y}$  билан алмаштирсак,

$$\frac{1}{y} = \frac{x^3}{6} + \frac{C_1}{x^3}$$

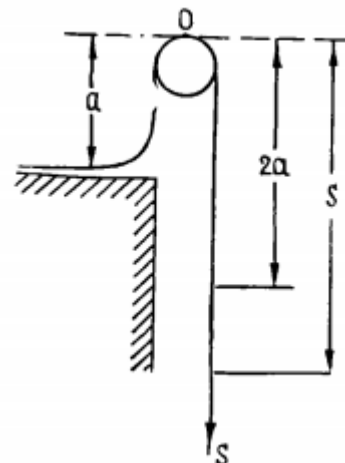
ёки

$$y \left( \frac{x^6}{6} + C_1 \right) = x^3$$

ҳосил бўлади.

Bernuli tenglamasiga keladigan fizik masalani qaraymiz.

**Арқоннинг сирпаниши ҳақидаги масала.** Арқон стол устида ётибди, унинг учларидан бири стол устидан  $a$  масофада бўлган силлиқ блок орқали ўтказилган. Бошланғич пайтда  $2a$  узунликдаги арқон бўлаги блокнинг нариги томонида эркин осилиб турибди. Арқоннинг бу учининг ҳаракат тезлиги  $v$  ни  $s$  йўлга боғлиқ равишда топинг, бундай ҳаракатда ишқаланиш қаршилиги тезлик квадратига пропорционал (пропорционаллик коэффициентини 1 га тенг деб олинсин), бошланғич тезликни эса нолга тенг деб қабул қилинг.



Ечиш. Агар блокни санок боши сифатида танлаб олсак ва  $Ox$  ўқни пастга йўналтирсак, Ньютоннинг иккинчи қонуни  $m \cdot \frac{dv}{dt} = F$  га биноан

$$(s + a) \frac{dv}{dt} = (s - a)g - v^2,$$

бу ерда  $g$  – оғирлик кучи тезланиши.

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{dv}{ds} \cdot v$$

бўлгани учун тенгламани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$(s + a)v \frac{dv}{ds} + v^2 = (s - a)g$$

Бу  $n = -1$  бўлган Бернулли тенгламасидир.  $v^2 = z$  деб ва  $v \frac{dv}{ds} = \frac{1}{2} \frac{dz}{ds}$  лигини эътиборга олиб, тенгламани қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\frac{dz}{ds} + \frac{2}{s + a}z = \frac{2g(s - a)}{s + a}$$

Бу тенгламанинг умумий ечими

$$z = e^{-2 \ln(s+a)} \left[ 2g \int \frac{s - a}{s + a} e^{2 \ln(s+a)} ds + C \right]$$

бўлади. Лекин

$$e^{-2 \ln(s+a)} = \frac{1}{(s+a)^2}, \quad e^{2 \ln(s+a)} = (s+a)^2$$

Шунинг учун

$$z = v^2 = \frac{1}{(s+a)^2} \left[ 2g \left( \frac{s^3}{3} - a^2 s \right) + C \right]$$

$s = 2a$  да  $v = 0$  бошланғич шартдан  $C = -\frac{4ga^3}{3}$  ни топамиз, натижада хусусий интеграл ушбу кўринишда бўлади:

$$v^2 = \frac{2g}{3(s+a)^2} (s^3 - 3a^2 s - 2a^3)$$

Қавс ичидаги ифодани купайтувчиларга ажратамиз:

$$\begin{aligned} s^3 - 3a^2 s - 2a^3 &= s^3 - 2as^2 + 2as^2 - 4a^2 s + a^2 s - 2a^3 = \\ &= s^2(s-2a) + 2as(s-2a) + a^2(s-2a) = (s-2a)(s+a)^2, \end{aligned}$$

шунинг учун

$$v = \sqrt{\frac{2g}{3}(s-2a)}$$

Бу тенгликнинг иккала томонини квадратга кўтариб,  $t$  бўйича дифференциаллаймиз, натижада:

$$2v \frac{dv}{dt} = \frac{2g ds}{3 dt},$$

лекин

$$\frac{ds}{dt} = v, \quad \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

Шунинг учун

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{g}{3} = const$$

бўлади, демак, ҳаракат текис тезланувчан экан.

Xulosa qilib aytganda talabalarni o'qitishda fanlararo integratsiya muhim sanaladi. Oddiy differensial tenglamalar fanini fizika yonalishiga o'tayotganda har bir fizik jarayoni differensial tenglama orqali hal etilishini ko'rsatilsa

o'quvchi talabalar shu fanni nima uchun o'qish kerak yoki o'rganish kerak degan savollarga javob topadi va shu fanni chuqur o'rganishga va tushunarli bo'lishiga kata yordam beradi.

### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. B.Z.Usmonov, G.Sh.Togayeva, M.A.Davlatova “O'zgarmas koeffitsientli ikkinchi tartibli bir jinsli differentsial tenglamalarini o'qitishda matematik paketlarni o'rni”./ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 3 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723

2. G.U.Suyunova., B.Z.Usmonov. “BIOLOGIYA FANINI O'RGATISHDA AXBOROT-KOMMUNIKATSIYA TEXNOLOGIYALARI O'RNINI VA VAZIFALARI”. /ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 3 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723

3. B.Z.Usmonov, T.A.Qobilov “Isbotlashlarda taqqoslamalar ning o'rni” ”./ ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 5 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723

4. Kutlimurotov, R. A., Usmonov, B. Z., Toshbayeva, N. Y., & Eshqorayev, Q “CHEKLI ZANJIRLI KASRLARNI BAZI MASALALARGA TADBIRI.” ”./ ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 5 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723

5. B.Z.Usmonov, G.Sh.Togayeva, M.A.Davlatova “BIR JINSLI TOR TEBRANISH TENGLAMASI UCHUN II- CHEGARAVIY MASALANI FURE USULIDA YECHISHDA MATEMATIK PAKETLARNING ROLI”./ ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 |

6. **Исломов Б.И., Усмонов Б. З.** Аналог задачи Геллерстедта для одного класса уравнения третьего порядка эллиптико-гиперболического типа. // «Узбекский математический журнал». 2017. № 4. С. 51-57 .

7. **Islomov B. I., Usmonov B.Z.** Nonlocal boundary value problem for a third-order equation of elliptic-hyperbolic type. // "Labachevskii Journal of Mathematics". 2020. Vol. 41. No 1. pp. 32-38. DOI: 10. 1134/S19950802200 10060.

8. **Усмонов Б. З.** Обобщения задачи Трикоми для одного класса уравнения третьего порядка эллиптико-гиперболического типа с разрывными условиями. // БухДУ илмий ахборотномаси, 2019 йили, №4.

9. **Исломов Б. И., Усмонов Б. З.** Локальная краевая задача для одного класса уравнения третьего порядка эллиптико-гиперболического типа . // Вестник ЮУрГУ. Серия "Математика. Механика. Физика" 2020. № 3

10. **Усмонов Б. З.** Нелокальная краевая задача для уравнения третьего порядка с эллиптико-гиперболическим оператором. // Булитин Институт Математики. 2020. № 2.

11. **Исломов Б.И., Усмонов Б. З.** “Краевые задачи для одного класса уравнения третьего порядка с эллиптико-гиперболического оператором”// Самду Илмий ахборотномаси. 2020. №3

12. **Bozor Islomovich Islomov, Bakhtier Zokhirovich Usmonov.** ”Local boundary value problem for a class of third-order elliptic-hyperbolic type equation” //Vestnik Yuzhno-Ural'skogo Gosudarstvennogo Universiteta. Seriya" Matematika. Mekhanika. Fizika" 2020. № 3

13. **Исломов Б.И., Усмонов Б. З.** Краевая задача для одного класса уравнения смешанного типа третьего порядка с оператором



Лаврентьева-Бицадзе. //Тезисы докладов «Актуальные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения». Ташкент. 2017. С.43-44

14. **Исломов Б.И., Усмонов Б. З.** Об одной краевой задаче для уравнения смешанного типа третьего порядка с оператором Лаврентьева-Бицадзе// Материалы международной научно конференции «Дифференциальные уравнения и смежные проблемы», 25-29 июня 2018 год, 238-240

15. **Усмонов Б. З.** Краевая задача типа задачи бицадзе-самаррского для уравнения смешанного типа третьего порядка эллипτικο-гиперболического типа.// Abstracts of the International Conference “Mathematical analysis and its application to mathematical physics”. September 17-20, 2018, Samarkand, Uzbekistan, 56-60.

16. **Усмонов Б. З.** Краевая задача для уравнения третьего порядка эллипτικο-гиперболического типа. // Международная конференция «Обратные и некорректные задачи» Самарканд, 2-4 октября, 2019. 128-129 .

17. **Исломов Б.И., Усмонов Б. З.** Нелокальная краевая задача для уравнения эллипτικο-гиперболического типа третьего порядка, когда главную часть оператора содержит производную по  $y$  // Узбекско-Российская научная конференция «Неклассические уравнения математической физики и их приложения». 24-26 октября 2019 года Ташкент, Узбекистан.

18. **Усмонов Б. З.** Краевая задача для уравнения третьего порядка эллипτικο-гиперболического типа . // Международная научной конференции. «Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики»/ 12-13 марта, 2020 год Фаргана.

19. **Исломов Б.И., Усмонов Б. З.** Краевая задача для уравнения, составляющими из произведения не перестановочных дифференциальных операторов в прямоугольной области.// Of the

Uzbekistan-Malaysia international online conference “COMPUTATIONAL MODELS TECHNOLOGIES”. August 24-25,2020

20. Usmonov B.Z., Islomov S.M.,Toshbayeva, N. Y. “GEOMETRIK MASALALARNI YECHISHDA BIRINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI ROLI””./ ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 6 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723

21. Usmonov B. Z., Qobilov T.A.,, Begliyev I.G’. “FIZIK MASALALARNI YECHISHDA BIRINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI ROLI” ./ ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 6 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723

22. Кутлимуротов А.Р.,Усмонов Б.З., Дармонова А. “РЕШЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ”./ ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 6 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723