

TALABALARGA IKKINCHI TARTIBLI SIRTLARNI GRAFIKLAR ASOSIDA O'RGATISH USULLARI

Tursunov Muzaffar Ilxomovich

Assistant, Jizzax Politehnika instituti

Annotatsiya: Ushbu maqolada talabalarga ikkinchi tartibli sirtlarni grafiklar asosida o'rgatish usullari keltirilgan.

Kalit so'zlar: Aylanma sirt, tenglama, koordinatalar sitemasi, to'plam.

TEACHING METHODS OF SECOND-ORDER SURFACES TO STUDENTS BASED ON GRAPHS

Tursunov Muzaffar Ilxomovich

Assistant, Jizzakh Polytechnic Institute

Abstract: This article presents methods for teaching second-order surfaces to students using graphical representations. The approaches aim to enhance understanding through visual tools and coordinate systems.

Keywords: Quadratic surface, equation, coordinate system, set.

1. Ikkinchi tartibli sirtning umumiy tenglamasi. Fazoning biror Dekart koordinatalar sistemasida $a_{11}, a_{22}, a_{33}, a_{12}, a_{23}, a_{13}$ koeffisientlardan kamida biri noldan farqli bo'lgan

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{23}yz + 2a_{13}xz + 2a_{14}x + 2a_{24}y + 2a_{34}z + a_{44} = 0 \quad (1)$$

tenglama bilan beriladigan nuqtalari to'plami ikkinchi tartibli sirt deyiladi.

Bizning asosiy maqsadimiz quyidagidan: agar nuqtalarning geometrik o'rni sifatida sirt berilgan bo'lsa, uning tenglamasini tuzish yoki aksincha, agar $Oxyz$ koordinatalar sistemasida tenglama berilgan bo'lsa, shu tenglama bilan tasvirlanadigan sirtning shaklini tekshirish kerak.

(1) tenglamaga ikkinchi tartibli sirtning *umumiy tenglamasi* deyiladi.

2. Aylanma sirtlar. Biror tekis L chiziqning l o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan nuqtalar to'plami *aylanma sirt* deyiladi. L chiziq aylanma sirtning meridiani, l o'qi esa, uning aylanish o'qi deyiladi. Shuni takidlab o'tamizki meridianning aylanish o'qi atrofida aylanishida uning har bir no'qtasi aylana chizadi.

Aylanish o'qi Oz o'qidan iborat bo'lgan L meridian esa Oyz tekislikda yotib,

$$\begin{cases} F(x, y, z) = 0 \\ x = 0 \end{cases} \quad (2)$$

tenglama bilan berilgan kolni qarashdan boshlaymiz, S berilgan L chizişining Oz o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirti va $M(x, y, z) \in S$ bo'lsin. M nuqta orqali Oz o'qqa perpendiko'lyar qilib o'tgazilgan Q tekislik S sirtning markazi Oz o'qqa yotuvchi K nuqtada bo'lgan aylana buyicha kesadi.

Aylana bilan L chiziqning kesishish nqtasini N bilan belgilaymiz. N nuqta $N(0, y_1, z)$ koordiniatarlari K nuqta esa $(0, 0, z)$ koordinatariga ega. $|KM| = |KN| = |y_1|$. Ikki nuqta orasidagi masofani topish formulasiga ko'ra

$$d = |KM| = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2 + (z-z)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

bo'ladi. Bundan $|y_1| = \sqrt{x^2 + y^2}$ yoki $y_1 = \pm \sqrt{x^2 + y^2}$. Buni e'tiborga olsak, (2) tenglamasi quyidagi

$$F(\pm \sqrt{x^2 + y^2}, z) = 0 \quad (3)$$

ko'rinishga keladi. Shunday qilib, S aylanma sirtiga tegishli ixtiyoriy M nuqtaning koordinatalari (3) tenglamasi qanoatlantiradi. Ox va Oy o'qi atrofida aylantirishdan xosil bo'lgan aylanma sirtning tenglamasi mos ravishda

$$F(x, \pm\sqrt{y^2 + z^2}) = 0 \text{ yoki } F(\pm\sqrt{x^2 + z^2}, y) = 0$$

ko'rinishida bo'ladi.

Ellipsoid. Ellipsning simmetriyasi o'qi atrofida aylantirishdan xosil bo'lgan aylanma sirti *ellipsoid* deyiladi. Ushbu

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

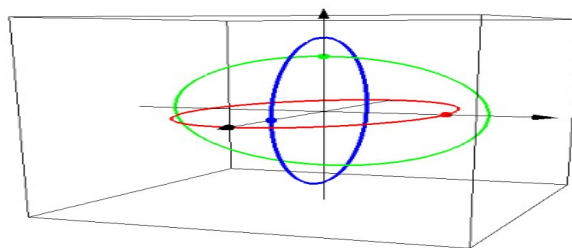
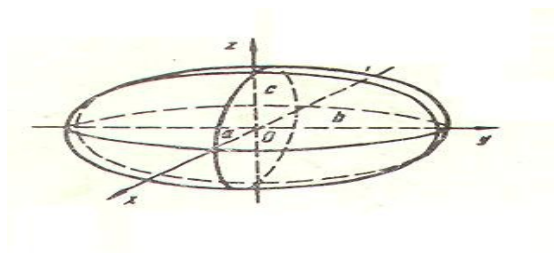
tenglamaga ellipsoidning kanonik tenglamasi deyiladi, bunda a, b, c musbat sonlar.

Odatda a, b, c musbat sonlar ellipsoidning yarim o'qlari deyiladi.

Agar $a \neq b, b \neq c, a \neq c$ bo'lsa, u holda ellipsoid uch o'qli ellipsoid deyiladi.

Masalan. Oyz tenglamasida $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ tenglama bilan berilgan ellipsning o'z o'q atrofida aylantirishdan xosil bo'lgan sirtning tenglamasi tuzing.

Yechilishi. Aylanma sirtning tenglamasini tuzish qoidasini foydalanib quyidagiga ega bo'lamiz:



$$\frac{(\pm\sqrt{x^2 + y^2})^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \text{ yoki } \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

(4)

(4) tenglama bilan berilgan sirt *aylanma ellipsoid* deyiladi.

Agar $b > c$ bo'lsa, (4) tenglama qisilgan aylana ellipsoiddani (2-chizma), $b < c$ bo'lsa, chuzilgan aylana ellipsoidning (3-chizma), $b = c$ bo'lganda esa tenglama $x^2 + y^2 + z^2 = b^2$ ko'rinishini oladi va bu tenglama ma'lum bo'lgan sferani ifodalaydi. Umumiy xolda ellipsoidning formasini tekshirish qulay. Buning uchun koordinata tekisliklari va koordinatalardan tekisliklarlariga parallel tekisliklar bilan jismlangan qarash lozim.

1). Ellipsoidning $z = 0$ tekislik bilan kesishish chizig'i ushbu tenglamalar sistemasi bilan beriladi.

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

Bu chiziq yarim o'qlari a va b dan iborat bo'lib Oxy va Oxz tekisliklari simmetrik bo'lgan $A_1B_1A_2B_2$ ellipsdir (3-chizma)

2). Ellipsoidning $y = 0$ tekislik bilan kesimning tenglamasi

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

ko'rinishda bo'ladi.

3).Ellepsondning $x=0$ tekislik Bilan kisimning tenglamasi

$$\begin{cases} \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

Bo'ladi.

4). Ellepsondning Oxy tenglamasi paralel $z=h$ tekislik bilan kesamiz. Bunda bizni qiziqtirayotgan kesim ushbu tenglamalar bilan beriladi.

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 + \frac{h^2}{c^2} \\ z = h \end{cases}$$

Bu yerda uchta xol bo'lish mumkin.

a) agar $|h| < c$, b'lsa $1 - \frac{h^2}{c^2} > 0$ bo'lib, kesimda yarim e'qlari $a_h = a\sqrt{1 - \frac{h^2}{c^2}}$,

$b_h = b\sqrt{1 - \frac{h^2}{c^2}}$ va markazi Oz o'qdagi $(0, 0, h)$ nuqtada bo'lgan

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a_h^2} + \frac{y^2}{b_h^2} = 1 \\ z = h \end{cases}$$

elleps xosil bo'ladi.

b) agar $h=c$ yoki $h=-c$ bo'lsa, u holda kesimda ellepsoidning c_1 va c_2 o'qlari k'osil b'oladi.

c) agar $h < -c$ va $h > c$ b'lsa, u holda kesimlar mavxum ellepslar posil bo'ladi, ya'ni $z=h$ kislik ellepsoidning Bilan umumiy nuqtaga ega bulmaydi.

7) Elipisoidning tenglamasida x, y, z o'zgaruvchilari faqat juft darajada qatnashadi, bunda elipsoid kordinata boshiga nisbatan simmetrik bo'ladi. Kordiratalar boshi elipisoidning markazi deyiladi.

8) Elipisoidning o'zgarish soxasi $-a \leq x \leq a$, $-b \leq y \leq b$, $-c \leq z \leq c$ b'oladi.

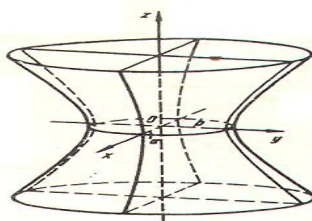
Gipgerboloidalr. Dastlab, giperboloidlar ikki xil bo'adi, ya'ni bir pallali gepirboloid va ikki palalli gepirboloid bo'lishini aytib o'tamiz.

1) Giperbolaning mavhum o'qi atirofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt bir pallali aylanma giperboloid deyiladi (4-chizma).

Ushbu

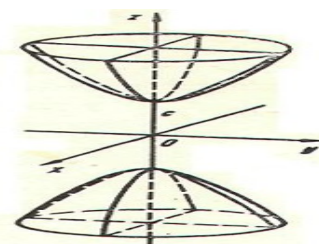
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, -\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (*)$$

ko'rinishdagi tenglamaga birpallali gepirboloidning kononink tenglamasi deyiladi. Kordinatalar boshi bir pallali gepirboloidning markazi, (*) tenglama uchun a va b sonlar bir pallali gepirboloidning haqiyqiy yarim o'qi, c esa mavhum yarim o'qi deyiladi.



chizma.
chizma.

3-
4-



Bir pallali giperboloudning tekisliklar bilan kesimlarini qaraymiz:

1) Giperboloudning Oxy , Oxz , Oyz tekisliklar bilan kesak, kesimda

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ z = 0 \end{cases} \text{ -ellips; } \begin{cases} \frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ - giperbola; } \begin{cases} \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \\ x = 0 \end{cases} \text{ - giperbola.}$$

2) Agar giperboloudni Oxy tekislikka paralel bo'lgan $z = h$ tekislik bilan kessak, rtsimda

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a_h^2} + \frac{y^2}{b_h^2} = 1 \\ z = h \end{cases}$$

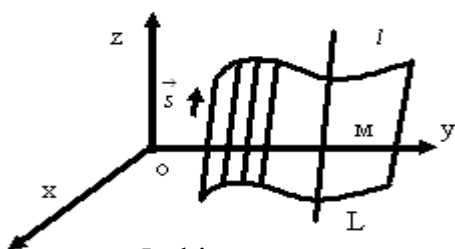
Ellips hosil bo'ladi, bunda $a_h = \frac{a}{c} \sqrt{c^2 + h^2}$, $b_h = \frac{b}{c} \sqrt{c^2 + h^2}$.

$h = 0$ bo'lganda eng kichik yarim o'qli ellips hosil bo'ladi.

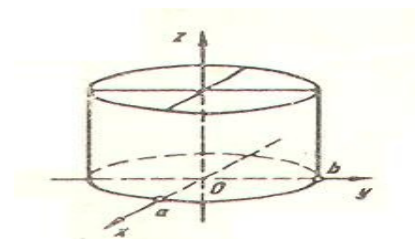
2). Giperbolani o'zining haqiqiy o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt ikki pallali aylanma giperboloid deyiladi (4-chizma).

Ushbu $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ ko'rinishdagi tenglama *ikki pallali giperboloidning* kanonik tenglamasi deyiladi.

Silindrik sirtlar. Berilgan $\vec{s}$ vektor yo'nalishiga parallyeligicha qolib, berilgan L chiziqni kesadigan to'g'ri chiziqlar to'plami *silindir sirt* deyiladi (5- chizma). Bunda L chiziq silindirlik sirtning yo'naltiruvchisi, $\vec{s}$ vektorga parallel l chiziqlar silindrik sirtning yasovchlari deyiladi.



5-chizma.



Yasovchilari Oz o'qlarida paralil bo'lgan silindirlik sirtni qaraylik. Bu sirtni sirtning yasovchisi l to'g'ri chmziqing tenglamasi $y = a(a > 0)$ bo'lib u Oyz tekistlikda yotadi. Aylanma sirt tenglamasini etiborga olsak bu sirtning tenglamasi.

$$\pm \sqrt{x^2 + y^2} = a \text{ yoki } x^2 + y^2 = a^2.$$

Bu sirtni to'g'ri doiraviy silindir deyiladi.

Ushbu

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

tenglama fazoda silindirlik sirtni tasvirlaydi, uning yo'naltiruvchisi elipsis bo'lib, u ellips Oxy tekistlikda yotgan yasovchisi esa Oz o'qqa paralel bo'ladi. Bunday sirt elliptik silindir deyiladi(6-chizma).

Ushbu $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ tenglama fazoda *gepirbolik silindrik* sirtni tasvirlaydi (7-chizma),

uning yo'naltiruvchisi gepirbola bo'lib, u geperbola Oxy tekistlikda yotadi yasovchilari esa Oz o'qqa paralil bo'ladi.

Ushbu $y^2 = 2px$ tenglama paraboloik silindrik sirtni tasvirlaydi (8-chizma), uning yo'naltiro'vchisi parabola bo'lib, u parabola Oxy tekislikda yotadi, yasovchilari esa Oz o'qqa parallel bo'ladi.

4.Konus sirtlar. Fazoda biror qo'zg'almas $M_0(x_0, y_0, z_0)$ no'qtadan utib, berilgan L chiziqni kesuvchi l chiziqning harakatidan hosil bo'lgan sirt **konus sirt** deyiladi. $M_0(x_0, y_0, z_0)$ no'qta konus sirtining uchi, L chiziq uning yo'naltiruvchisi, l to'g'ri chiziq esa konus sirtining yasovchisi deyiladi.

Adabiyotlar ro'yxati

1. Dadajonov N.D., Jo'raeva M.Sh. Geometriya. 1-qism. Toshkent. «O'qituvchi», 1996 yil
2. Dadajonov N.D., Yunusmetov R., Abdullayev T. Geometriya. Toshkent 1989y.
3. Pagarelov A V. Geometriya. Moskva "Hayk", 1989 y
4. Сергеев, С. Ф. Возможности и ограничения Интернета как образовательной среды [Текст] / С. Ф. Сергеев // Народное образование. – 2012. – № 5. – С.201- 207