О ВЕРОЯТНОСТИ СЛОЖНЫХ СОБЫТИЙ И ЕЁ НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ.

Узокбаев Азизбек Хусанович

Ассистент. Джизакский политехнический институт.

Аннотация: На практике часто наблюдается так называемые сложные события, исследуемые методами теории вероятностей. В этой статье изучено вероятность сложных событий и её некоторые применения для решения ряда задач.

Ключевые слова: Сложное событие, испытание, опыть, вероятность, условная вероятность, формула умножения, формула сложения, метод.

MURAKKAB HODISALARNING EHTIMOLI VA UNING BA'ZI TATBIQLARI HAQIDA.

Uzoqbayev Azizbek Husan o‘g‘li

Assistant. Jizzax Politexnika instituti.

Annotatsiya. Amaliyotda ko'pincha murakkab hodisalar deb ataluvchi hodisalar kuzatiladi, ular ehtimollar nazariyasi metodlari orqali tadqiq qilinadi. Ushbu maqolada murakkab hodisalarning ehtimoli va uning ba’zi tatbiqlariga oid masalalar o’rganilgan.

Kalit so'zlar: Murakkab hodisa, sinov, tajriba, ehtimollik, shartli ehtimollik, ko'paytirish formulasi, qo'shimcha formula, usul.

ON THE PROBABILITY OF COMPLEX EVENTS AND SOME OF ITS APPLICATIONS.

Uzokbaev Azizbek Khusanovich

Assistant. Jizzakh Polytechnic Institute.

Annotation. In practice, so-called complex events are often observed, investigated by methods of probability theory. This article examines the probability of complex events and some of its applications for solving a number of problems.

Keywords: Complex event, test, experiment, probability, conditional probability, multiplication formula, addition formula, method.

Известно, что теория вероятностей изучает модели экспериментов со случайными исходами (случайных экспериментов) и всякий случайный эксперимент (испытания, опыт) состоит в осуществлении некоторого вполне определенного комплекса условий и наблюдении результата. А любой наблюдаемый результат интерпретируется как случайный исход опыта, которого называем случайным событием [1-2]. Заметим, что событие может произойти, а может и не произойти в результате опыта. На практике часто наблюдается сложные события и задачи для нахождения вероятностей наступления таких событий.

Сложным событием называется наблюдаемое событие, выраженное через другие наблюдаемые в том же эксперименте события с помощью допустимых алгебраических операций. Вероятность осуществления того или иного сложного события вычисляется с помощью формулы умножения, т.е. если оба события A и B обладают ненулевой вероятностью то формула умножения может быть записана двояким образом в виде

$$P(AB) = P(A)\cdot P(B/A) = P(B)\cdot P(A/B) \qquad (1)$$

и формулы сложения, которая в случае двух произвольных наблюдаемых событий A и B записывается в виде

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB) \qquad (2)$$

(в частном случае, когда $A\cdot B = \varnothing$, то

$P(A+B) = P(A) + P(B)$ (аксиома сложения)).

Отметим, что формула (1) позволяет вычислить вероятность совместного осуществления событий A и B в тех случаях, когда условные вероятности $P(B/A)$ и $P(A/B)$ считается известной из дополнительных опытов или определяется методом вспомогательного эксперимента.

Формула умножения для произвольного числа событий записывается следующим образом:

$$P(A_1\cdot A_2\cdot A_3\cdot\ldots\cdot A_n) = P(A_1)\cdot P(A_2/A_1)\cdot P(A_3/A_1A_2)\cdot\ldots\cdot P(A_n/A_1A_2\ldots A_{n-1}) \qquad (3)$$

Формула (3) справедлива, если все входящие в правую часть условные вероятности [3-4] определены.

Также для n слагаемых формула (2) обобщается следующим образом:

$$P\left(\sum_{k=1}^{n}A_k\right) = \sum_{k=1}^{n}P(A_k) - \sum_{\substack{i \\ i<j}}\sum_{j}P(A_iA_j) + \sum_{\substack{i \\ i<j<k}}\sum_{j}\sum_{k}P(A_iA_jA_k) + \ldots + (-1)^{n-1}P(A_1A_2A_3\ldots A_n). \qquad (4)$$

В частности, для вероятности осуществления хотя бы одного из трех событий, A, B и C получаем формулу

$$P(A+B+C) = P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC) \qquad (5)$$

Если события $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ независимы в совокупности то вероятность осуществления хотя бы одного из них проще вычисляется не по формуле сложения (4), а с помощью формулы умножения:

$$P(A_1+A_2+\ldots+A_n) = 1 - P\left(\overline{A_1+A_2+\ldots+A_n}\right) = 1 - P\left(\overline{A_1}\right)\cdot P\left(\overline{A_2}\right)\cdot\ldots\cdot P\left(\overline{A_n}\right) \qquad (6)$$

Теперь рассмотрим некоторые задачи вычисления вероятностей сложных событий.

Задача 1. В продукции завода брак составляет 5% от общего количества выпускаемых деталей. Для контроля отобрано 20 деталей. Какова вероятность того, что среди них имеется хотя бы одна бракованная?

Решение: Для любой детали из продукции завода вероятность быть бракованным равно по условию $\mathrm{p}=0.05=\mathrm{P}\left(A_k\right),\ k=1,2,\ldots,20.$, где событие $A_k=$ (k-я по счету извлечённая деталь бракованная). Очевидно, нас интересует событие $A_1+A_2+\ldots+A_{20}$. В условиях отлаженного технологического процесса можно считать, что события $A_1+A_2+\ldots+A_{20}$ независимы в совокупности. Тогда по формуле (6) получаем

$$P(A_1+A_2+\ldots+A_{20})=1-\prod_{k=1}^{20}P\left(\overline{A_k}\right)=1-0.95^{20}\approx 0.64$$

Задача 2. Из 100 студентов, находящихся в аудатории, 50 человек знают английский язык, 40- французский и 35- немецкий. Английский и французский языки знают 20 студентов, английский и немецкий -8, французский и немецкий -10. Все три языка знают 5 человек. Один из студентов вышел из аудатории. Вычислить вероятности следующих событий: А-(вышедший знает или английский или французский язык); B- (вышедший знает только английский язык); C- (вышедший не знает ни одного языка).

Решение. Рассмотрим следующие события: E-(вышедший знает английский язык), D- (вышедший знает французский язык), D - (вышедший знает немецкий язык).

Тогда для $A=E+F$, то используя формулу (2) получим

$$P(A)=P(E)+P(F)-P(EF)=\frac{50}{100}+\frac{40}{100}-\frac{50}{100}\cdot\frac{40}{100}=0,5+0,4-0,2=0,7 .$$

Событие B можно представить в виде $\mathrm{B}=\mathrm{E}\overline{\mathrm{D}}\overline{\mathrm{F}}$. Тогда используя формулу умножения (1), свойства условной вероятности и формулу сложения (2) получим:

$$P(B)=P\left(E\overline{D}\overline{F}\right)=P(E)\cdot P(\overline{D}\overline{F}/E)=P(E)\cdot\left(1-P\left(D+F/E\right)\right)=$$

$$=P(E)-P(E)\cdot P\left(D+F/E\right))=P(E)-P\left(DE+FE\right)=$$

$$=P(E)-(P(DE)+P(EF)+P(DEF))=0,5-0,08+0,2+0,05=0,27$$

Для вычисления вероятности события $C=\overline{E}\overline{D}\overline{F}$ используем правилу де Моргана [5] и формулу сложения (5) для трех событий

$$P(C)=P\left(\overline{E}\overline{D}\overline{F}\right)=P\left(\overline{E+D+F}\right)=1-P\left(E+D+F\right)=$$

$$=1-(P(E)++P(D)+P(F)-P(ED)-P(EF)-P(DF)+P(EDF))=0,08$$

Задача 3. Вероятность хотя бы одного попадания стрелком в мишень при трех выстрелах равна 0,875. Найти вероятность попадания при одном выстреле.

Решение: Вероятность попадания в мишень хотя бы при одном из трех выстрелов (событие A) равна $P(A)=1-q^3$, где q-вероятность промаха.

По условию $P(A)=0{,}875$. Следовательно, $0{,}875=1-q^3$ или

$q^3 = 1 - 0{,}875 = 0{,}125$. Отсюда $q = \sqrt[3]{0{,}125} = 0{,}5$.

Искомая вероятность $p = 1 - q = 1 - 0{,}5 = 0{,}5.$

Задача 4. Радиолокационная станция ведет наблюдение за k объектами. За время наблюдения $i-$й объект может быть потерян с вероятностью $p_i (i = 1,2,...,k)$ Найти вероятности следующих событий:

$A-$ ни один объект не будет потерян;

$B-$ будет потеряно не менее одного объекта;

$C-$ будет потеряно не более одного объекта.

Решение. $P(A) = \prod_{i=1}^{k}(1-p_i)$; $P(B) = 1 - \prod_{i=1}^{k}(1-p_i)$;

$$P(C) = \prod_{i=1}^{k}(1-p_i) + p_1(1-p_2)....(1-p_k) + (1-p_1)p_2(1-p_3)....(1-p_k) + ...$$
$$... + (1-p_1)(1-p_2)....(1-p_{k-1})p_k.$$

Последнюю вероятность можно записать в виде

$$P(C) = \prod_{i=1}^{k}(1-p_i) + \sum_{i=1}^{k}\frac{p_i}{1-p_i}\prod_{i=1}^{k}(1-p_i).$$

Использованная литература.

1. Д.Т.Письменный «Конспект лекций по теории вероятностей и математической статистике». Москва. «Айрис Пресс». 2004.
2. В.Е.Гмурман Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие для втузов. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая.школа, 2005. – 480с.
3. Н.С.Пискунов, Дифференциальное интегральное исчисление, для ВТУЗов, Том 2, М. Наука, 2001.
4. В.Г.Крупин, А.Л.Павлов. Л.Г. Попов., Высшая математика. «Теория вероятностей. Математическая статистика. Случайные процессы». Москва. Издательский дом МЭИ, 2013 г.
5. В. В. Бобынин. Морган, Август // Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона : в 86 т. (82 т. и 4 доп.). — СПб., 1896. — Т. XIX а. — с. 832—833.
6. Узоқбаев, Азизбек. "7 СИНФ АЛГЕБРА КУРСИНИ НАЗАРИЯ БИЛАН АМАЛИЁТНИНГ ЎЗАРО БОҒЛИҚЛИГИ ТАМОЙИЛИ АСОСИДА ЎҚИТИШ МЕТОДИКАСИ." *Журнал математики и информатики* 1.2 (2021).
7. Uzoqboyev, Azizbek, Sarvar Abdullayev, and Nematillo Abriyev. "ROBOTOTEXNIK MEXANIZMLARNING MAXSUSLIKLARINI IZLASHDA MATRITSAVIY USULNING QO‘LLANISHI." *Eurasian Journal of Mathematical Theory and Computer Sciences* 3.1 (2023): 92-100.
8. Uzoqbayev, Azizbek, Abbos Samandarov, and Kamoliddin Ne’matov. "ROBOTOTEXNIK MEXANIZMLARNING MAXSUSlKLARINI TOPISH ALGORITMI." *Eurasian Journal of Academic Research* 3.1 Part 6 (2023): 150-153.