

Абдураимов Д.Э.
государственного
университета, **Старший преподаватель**
кафедры **прикладной математики и**
информационных технологий

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОГО СОЕДИНЕНИЯ ИЗОТРОПНОГО ПАРАЛИПИПЕДА И ЕЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Аннотация: Исследование процессов деформирования конструкций и их элементов с одновременным учетом тепловых и механических факторов играет важную роль во многих прикладных задачах науки и техники, связанных с нагреванием различных частей исследуемого объекта. Эти процессы обычно, удобно сформулировать в виде связанных или несвязанных термоупругих и термопластических краевых задач. Несвязанные задачи термоупругости и термопластичности и их численные методы решения достаточно хорошо изучены в литературе [2,3,5,6,7].

Ключевые слова: Состав, конструкция, термоупругость, теплопроводность, деформация, математическая модель, динамика, тензор.

Abduraimov D.E.
Gulistan State University, Senior Lecturer,
Department of Applied mathematics and
information technology

NUMERICAL SIMULATION OF THE PROBLEM OF THERMOELASTIC JOINT OF AN ISOTROPIC PARALIPIPED AND ITS SOFTWARE

Abstract: The study of the processes of deformation of structures and their elements with simultaneous consideration of thermal and mechanical factors plays an important role in many applied problems of science and technology related to the heating of various parts of the object under study. It is usually convenient to formulate these processes in the form of coupled or uncoupled thermoelastic and thermoplastic boundary value problems. Unrelated problems of thermoelasticity and thermoplasticity and their numerical methods for solving them are quite well studied in the literature [2,3,5,6,7].

Keywords: Composition, construction, thermoelastic, thermal conductivity, deformation, mathematical model, dynamic, tensor.

Связанные задачи термоупругости и термопластичности являются важным и бурно развивающимся направлением механики деформируемого твердого тела. В общем случае связанная краевая задача состоит из уравнения движения твердого тела рассматривающегося в сочетании с уравнением притока тепла. Необходимо заметить, что система дифференциальных уравнений в частных производных, состоящая из трех уравнений движения и одного уравнения притока тепла, зависящих от трех компонентов перемещения и температуры

относятся, соответственно, гиперболическому и параболическому типу. В общем случае система уравнений является нелинейной и сложной исследований. Даже, а одномерном случае связанная термоупругая задача не поддается аналитическому решению, кроме некоторых обособленных частных случаев[1].

Предлагаемая статья посвящена численному решению трехмерной динамической связанной задачи термоупругости для изотропного параллелепипеда. На основе метода конечных разностей выписаны явные и неявные сеточные уравнения. Для решения неявных сеточных уравнений применяется метод прогонки. На основе двух численных методов построены графики характеризующие изменение перемещений и температуры относительно времени и координатным осям. Сравнения показывают, что численные результаты связанной термоупругой задачи полученные на основе явных и неявных схем достаточно близки.

1. Постановка задачи связанной задачи термоупругости для изотропных тел.

Рассмотрим связанную динамическую задачу термоупругости для изотропных материалов.

Она состоит из уравнения движения

$$\sigma_{ij,j} + X_i = \rho \ddot{u}_i \quad (1)$$

соотношения Дюамеля-Неймана между напряжениями и деформациями для изотропных материалов[2]

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + \mu \varepsilon_{ij} - \alpha(3\lambda + 2\mu)(T - T_0) \delta_{ij} \quad (2)$$

соотношения Коши

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3)$$

уравнение притока тепла[2]

$$\lambda_0 T_{,ij} - c_\varepsilon \dot{T} - T_0 \cdot \alpha(3\lambda + 2\mu) \cdot \dot{\varepsilon}_{ij} = 0 \quad (4)$$

с начальными

$$u_i|_{t=t_0} = \varphi_i, \quad \dot{u}_i|_{t=t_0} = \psi_i, \quad T|_{t=t_0} = T_0 \quad (5)$$

и краевыми условиями

$$u_i|_{\Sigma_1} = u_i^0, \quad T|_{\Sigma} = \bar{T}_0, \quad \sigma_{ij} n_j|_{\Sigma_2} = S_i^0 \quad (6)$$

где σ_{ij} – тензор напряжений, ε_{ij} – тензор деформаций, u_i – перемещения, T – температура, X_i – объёмные силы, λ, μ – постоянные Ламе, c_ε – теплоемкость при постоянной температуре, θ – шаровая часть тензора деформаций, α – коэффициент теплового расширения, λ_0 – коэффициент теплового потока, ρ – плотность, δ_{ij} – символ Кронекера.

Соотношения (1)-(3) и (4) можно переписать, соответственно в виде уравнения движения

$$\begin{cases} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) - \alpha \gamma \frac{\partial T}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \right) - \alpha \gamma \frac{\partial T}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} \right) + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \alpha \gamma \frac{\partial T}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{cases} \quad (7)$$

и уравнения притока тепла относительно перемещений и температуры

$$\lambda_0 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) - c_\varepsilon \frac{\partial T}{\partial t} - \alpha \gamma T_0 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial t} + \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial t} \right) = 0 \quad (8)$$

2. Конечно-разностные уравнения и методы решения.

Заменяя производные в уравнениях (7) и (8) разностными отношениями, получим

$$\begin{aligned} & (\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j,k}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i-1,j,k}^n}{h_1^2} + \mu \left(\frac{u_{i,j+1,k}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i,j-1,k}^n}{h_2^2} + \frac{u_{i,j,k+1}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i,j,k-1}^n}{h_3^2} \right) + \\ & + (\lambda + \mu) \left(\frac{v_{i+1,j+1,k}^n - v_{i-1,j+1,k}^n - v_{i+1,j-1,k}^n + v_{i-1,j-1,k}^n}{4h_1h_2} + \frac{w_{i+1,j,k+1}^n - w_{i-1,j,k+1}^n - w_{i+1,j,k-1}^n + w_{i-1,j,k-1}^n}{4h_1h_3} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

$$- \alpha \gamma \frac{T_{i+1,j,k}^n - T_{i-1,j,k}^n}{2h_1} = \rho \frac{u_{i,j,k}^{n+1} - 2u_{i,j,k}^n + u_{i,j,k}^{n-1}}{\tau^2}$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{v_{i,j+1,k}^n - 2v_{i,j,k}^n + v_{i,j-1,k}^n}{h_2^2} + \mu \left(\frac{v_{i+1,j,k}^n - 2v_{i,j,k}^n + v_{i-1,j,k}^n}{h_1^2} + \frac{v_{i,j,k+1}^n - 2v_{i,j,k}^n + v_{i,j,k-1}^n}{h_3^2} \right) +$$

$$(\lambda + \mu) \left(\frac{u_{i+1,j+1,k}^n - u_{i-1,j+1,k}^n - u_{i+1,j-1,k}^n + u_{i-1,j-1,k}^n}{4h_1h_2} + \frac{w_{i,j+1,k+1}^n - w_{i,j-1,k+1}^n - w_{i,j+1,k-1}^n + w_{i,j-1,k-1}^n}{4h_2h_3} \right) +$$

$$- \alpha \gamma \frac{T_{i,j+1,k}^n - T_{i,j-1,k}^n}{2h_2} = \rho \frac{v_{i,j,k}^{n+1} - 2v_{i,j,k}^n + v_{i,j,k}^{n-1}}{\tau^2}$$

(10)

$$(\lambda + 2\mu) \frac{w_{i,j,k+1}^n - 2w_{i,j,k}^n + w_{i,j,k-1}^n}{h_3^2} + \mu \left(\frac{w_{i+1,j,k}^n - 2w_{i,j,k}^n + w_{i-1,j,k}^n}{h_1^2} + \frac{w_{i,j+1,k}^n - 2w_{i,j,k}^n + w_{i,j-1,k}^n}{h_2^2} \right) +$$

$$+ (\lambda + \mu) \left(\frac{u_{i+1,j,k+1}^n - u_{i-1,j,k+1}^n - u_{i+1,j,k-1}^n + u_{i-1,j,k-1}^n}{4h_1h_3} + \frac{v_{i,j+1,k+1}^n - v_{i,j-1,k+1}^n - v_{i,j+1,k-1}^n + v_{i,j-1,k-1}^n}{4h_1h_2} \right) \quad (11)$$

$$- \alpha \gamma \frac{T_{i,j,k+1}^n - T_{i,j,k-1}^n}{2h_3} = \rho \frac{w_{i,j,k}^{n+1} - 2w_{i,j,k}^n + w_{i,j,k}^{n-1}}{\tau^2}$$

$$\lambda_0 \left(\frac{T_{i+1,j,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i-1,j,k}^n}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j-1,k}^n}{h_2^2} + \frac{T_{i,j,k+1}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j,k-1}^n}{h_3^2} \right) -$$

$$- c_\varepsilon \frac{T_{i,j,k}^{n+1} - T_{i,j,k}^n}{\tau} - \alpha \gamma T_0 \left(\frac{u_{i+1,j,k}^{n+1} - u_{i-1,j,k}^{n+1} - u_{i+1,j,k}^{n-1} + u_{i-1,j,k}^{n-1}}{4h_1\tau} + \right. \quad (12)$$

$$\left. \frac{v_{i,j+1,k}^{n+1} - v_{i,j-1,k}^{n+1} - v_{i,j+1,k}^{n-1} + v_{i,j-1,k}^{n-1}}{4h_2\tau} + \frac{w_{i,j,k+1}^{n+1} - w_{i,j,k-1}^{n+1} - w_{i,j,k+1}^{n-1} + w_{i,j,k-1}^{n-1}}{4h_3\tau} \right) = 0$$

Решая разностные уравнения (9),(10),(11) и (12) относительно $u_{i,j,k}^{n+1}$, $v_{i,j,k}^{n+1}$, $w_{i,j,k}^{n+1}$ и $T_{i,j,k}^{n+1}$ соответственно, получаем

$$\begin{aligned}
u_{i,j,k}^{n+1} = & \frac{\tau^2}{\rho} ((\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j,k}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i-1,j,k}^n}{h_1^2} + \mu (\frac{u_{i,j+1,k}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i,j-1,k}^n}{h_2^2} + \frac{u_{i,j,k+1}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i,j,k-1}^n}{h_3^2})) + \\
& + (\lambda + \mu) (\frac{v_{i+1,j+1,k}^n - v_{i-1,j+1,k}^n - v_{i+1,j-1,k}^n + v_{i-1,j-1,k}^n}{4h_1h_2} + \frac{w_{i+1,j,k+1}^n - w_{i-1,j,k+1}^n - w_{i+1,j,k-1}^n + w_{i-1,j,k-1}^n}{4h_1h_3}) \\
& - \alpha\gamma \frac{T_{i+1,j,k}^n - T_{i-1,j,k}^n}{2h_1} + 2u_{i,j,k}^n - u_{i,j,k}^{n-1}
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
v_{i,j,k}^{n+1} = & \frac{\tau^2}{\rho} ((\lambda + 2\mu) \frac{v_{i,j+1,k}^n - 2v_{i,j,k}^n + v_{i,j-1,k}^n}{h_2^2} + \mu (\frac{v_{i+1,j,k}^n - 2v_{i,j,k}^n + v_{i-1,j,k}^n}{h_1^2} + \frac{v_{i,j,k+1}^n - 2v_{i,j,k}^n + v_{i,j,k-1}^n}{h_3^2})) + \\
& + (\lambda + \mu) (\frac{u_{i+1,j+1,k}^n - u_{i-1,j+1,k}^n - u_{i+1,j-1,k}^n + u_{i-1,j-1,k}^n}{4h_1h_2} + \frac{w_{i,j+1,k+1}^n - w_{i,j-1,k+1}^n - w_{i,j+1,k-1}^n + w_{i,j-1,k-1}^n}{4h_2h_3}) \\
& - \alpha\gamma \frac{T_{i,j+1,k}^n - T_{i,j-1,k}^n}{2h_2} + 2v_{i,j,k}^n - v_{i,j,k}^{n-1}
\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
w_{i,j,k}^{n+1} = & \frac{\tau^2}{\rho} ((\lambda + 2\mu) \frac{w_{i,j,k+1}^n - 2w_{i,j,k}^n + w_{i,j,k-1}^n}{h_3^2} + \mu (\frac{w_{i+1,j,k}^n - 2w_{i,j,k}^n + w_{i-1,j,k}^n}{h_1^2} + \frac{w_{i,j+1,k}^n - 2w_{i,j,k}^n + w_{i,j-1,k}^n}{h_2^2})) + \\
& + (\lambda + \mu) (\frac{u_{i+1,j,k+1}^n - u_{i-1,j,k+1}^n - u_{i+1,j,k-1}^n + u_{i-1,j,k-1}^n}{4h_1h_3} + \frac{v_{i,j+1,k+1}^n - v_{i,j-1,k+1}^n - v_{i,j+1,k-1}^n + v_{i,j-1,k-1}^n}{4h_1h_2}) \\
& - \alpha\gamma \frac{T_{i,j,k+1}^n - T_{i,j,k-1}^n}{2h_3} + 2w_{i,j,k}^n - w_{i,j,k}^{n-1}
\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
T_{i,j,k}^{n+1} = & \frac{\tau}{c_\varepsilon} (\lambda_0 (\frac{T_{i+1,j,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i-1,j,k}^n}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j-1,k}^n}{h_2^2} + \frac{T_{i,j,k+1}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j,k-1}^n}{h_3^2}) - \\
& - \alpha\gamma T_0 (\frac{u_{i+1,j,k}^{n+1} - u_{i-1,j,k}^{n+1} - u_{i+1,j,k}^{n-1} + u_{i-1,j,k}^{n-1}}{4h_1\tau} + \frac{v_{i,j+1,k}^{n+1} - v_{i,j-1,k}^{n+1} - v_{i,j+1,k}^{n-1} + v_{i,j-1,k}^{n-1}}{4h_2\tau} + \\
& + \frac{w_{i,j,k+1}^{n+1} - w_{i,j,k-1}^{n+1} - w_{i,j,k+1}^{n-1} + w_{i,j,k-1}^{n-1}}{4h_3\tau})) + T_{i,j,k}^n
\end{aligned} \tag{16}$$

Уравнения (13)-(16) позволяют найти значения перемещений и температуры на слое (n+1) если известны значения перемещений на двух предыдущих слоях. Значения перемещений на двух начальных слоях (n=0 , n=1) можно найти из начальных условий

$$u_{i,j,k}^0 = \varphi_1(x_i, y_j, z_k), \quad v_{i,j,k}^0 = \varphi_2(x_i, y_j, z_k), \quad w_{i,j,k}^0 = \varphi_3(x_i, y_j, z_k), \quad T_{i,j,k}^0 = T_0 \tag{17}$$

Уравнение (13) при n=0 принимает вид

$$\begin{aligned}
u_{i,j,k}^1 = & \frac{\tau^2}{\rho} ((\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j,k}^0 - 2u_{i,j,k}^0 + u_{i-1,j,k}^0}{h_1^2} + \mu (\frac{u_{i,j+1,k}^0 - 2u_{i,j,k}^0 + u_{i,j-1,k}^0}{h_2^2} + \frac{u_{i,j,k+1}^0 - 2u_{i,j,k}^0 + u_{i,j,k-1}^0}{h_3^2})) + (\lambda + \mu) \cdot \\
& (\frac{v_{i+1,j+1,k}^0 - v_{i-1,j+1,k}^0 - v_{i+1,j-1,k}^0 + v_{i-1,j-1,k}^0}{4h_1h_2} + \frac{w_{i,j+1,k+1}^0 - w_{i,j-1,k+1}^0 - w_{i,j+1,k-1}^0 + w_{i,j-1,k-1}^0}{4h_1h_3}) - \alpha\gamma \frac{T_{i+1,j,k}^0 - T_{i-1,j,k}^0}{2h_1} + 2u_{i,j,k}^0 - u_{i,j,k}^{-1}
\end{aligned} \tag{18}$$

Заменяя в начальном условии $\dot{u}_i|_{t=t_0} = \psi_i$ производную разностным отношением

$$\frac{u_{i,j,k}^1 - u_{i,j,k}^{-1}}{2h_1} = \psi_1(x_i, y_j, z_k) \quad \text{или} \quad u_{i,j,k}^1 = 2h_1\psi_1(x_i, y_j, z_k) + u_{i,j,k}^{-1} \tag{19}$$

Исключив из уравнений (18),(19) значения $u_{i,j,k}^{-1}$, получим

$$u_{i,j,k}^1 = \frac{\tau^2}{2\rho} \left((\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j,k}^0 - 2u_{i,j,k}^0 + u_{i-1,j,k}^0}{h_1^2} + \mu \left(\frac{u_{i,j+1,k}^0 - 2u_{i,j,k}^0 + u_{i,j-1,k}^0}{h_2^2} + \frac{u_{i,j,k+1}^0 - 2u_{i,j,k}^0 + u_{i,j,k-1}^0}{h_3^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{v_{i+1,j+1,k}^0 - v_{i-1,j+1,k}^0 - v_{i+1,j-1,k}^0 + v_{i-1,j-1,k}^0}{4h_1h_2} + \frac{w_{i+1,j,k+1}^0 - w_{i-1,j,k+1}^0 - w_{i+1,j,k-1}^0 + w_{i-1,j,k-1}^0}{4h_1h_3} \right) - \alpha\gamma \frac{T_{i+1,j,k}^0 - T_{i-1,j,k}^0}{2h_1} \right) + u_{i,j,k}^0 + h_1\psi_1(x_i, y_j, z_k) \quad (20)$$

Аналогичным способом находятся значения функций v и w на первом слое. Значения температуры T на первом слое можно найти заменяя в (16) смешанные производные другими разностными отношениями

$$T_{i,j,k}^1 = \frac{\tau}{c_\varepsilon} \left(\lambda_0 \left(\frac{T_{i+1,j,k}^0 - 2T_{i,j,k}^0 + T_{i-1,j,k}^0}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1,k}^0 - 2T_{i,j,k}^0 + T_{i,j-1,k}^0}{h_2^2} + \frac{T_{i,j,k+1}^0 - 2T_{i,j,k}^0 + T_{i,j,k-1}^0}{h_3^2} \right) - \alpha\gamma T_0 \cdot \left(\frac{u_{i+1,j,k}^1 - u_{i-1,j,k}^1 - u_{i+1,j,k}^0 + u_{i-1,j,k}^0}{2h_1\tau} + \frac{v_{i,j+1,k}^1 - v_{i,j-1,k}^1 - v_{i,j+1,k}^0 + v_{i,j-1,k}^0}{2h_2\tau} + \frac{w_{i,j,k+1}^1 - w_{i,j,k-1}^1 - w_{i,j,k+1}^0 + w_{i,j,k-1}^0}{2h_3\tau} \right) \right) + T_{i,j,k}^0 \quad (21)$$

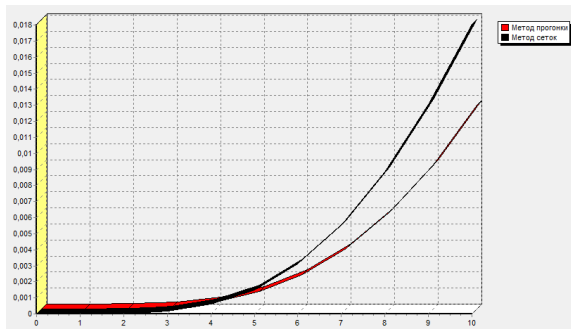
На последующих слоях $n=2,3,\dots$ значения перемещений и температуры находятся соответственно из уравнений (13)-(15) и (16).

В рассмотренном методе была использована явная разностная схема. Если, в первых слагаемых уравнений (9-12) верхний индекс n заменить на $n+1$ сеточные уравнения становятся неявными и удобны для применения метода прогонки[4] соответственно по u, v, w и T . Значения перемещений и температуры на двух первоначальных слоях находятся из начальных и краевых условий.

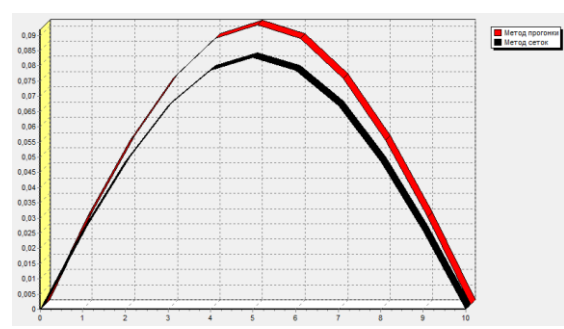
3.Тестовая задача. В качестве примера решалась связанная задача термоупругости (1-6) явным методом(методом сеток) и методом прогонки, при следующих начальных и граничных условиях: $u(x, y, z, t)|_{t=0} = 0$, $v(x, y, z, t)|_{t=0} = 0$, $w(x, y, z, t)|_{t=0} = 0$, $T(x, y, z, t)|_{t=0} = T_0$, $u(x, y, z, t)|_r = 0$, $v(x, y, z, t)|_r = 0$, $w(x, y, z, t)|_r = 0$, $T(x, y, z, t)|_{x=0} = T_0 + T_0 \sin(\pi y(j)) \sin(\pi z(k))$, $T(x, y, z, t)|_{x=l} = T_0 + T_0 \sin(\pi y(j)) \sin(\pi z(k))$

$$T(x, y, z, t)|_{y=0} = T_0, \quad T(x, y, z, t)|_{y=l_2} = T_0, \quad T(x, y, z, t)|_{z=0} = T_0, \quad T(x, y, z, t)|_{z=l_3} = T_0$$

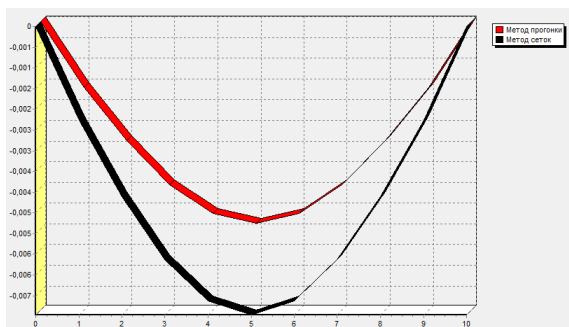
при следующих константах $\lambda_0 = 0.6$, $\lambda = 0.9$, $\mu = 0.5$, $\alpha = 0.05$, $Ce = 3.5$, $T_0 = 10$, $h_1 = 0.1$, $h_2 = 0.1$, $h_3 = 0.1$, $\tau = 0.01$, $\rho = 1$, $l_1 = l_2 = l_3 = 1$, $\lambda_0 = 0.6$



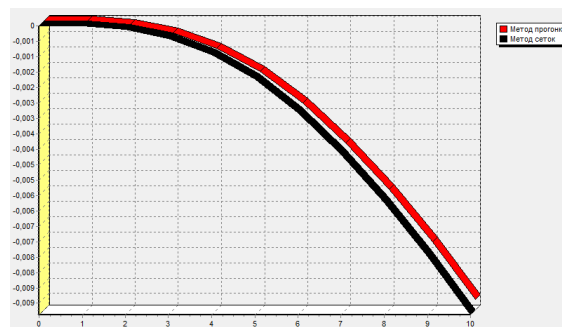
Распределение перемещения по времени ($u(x,y,z,t)$ по $t(k)$) при $x=0.2$; $y=0.3$; $z=0.3$



Распределение перемещения по оси OY ($u(x,y,z,t)$ по $y(i)$) при $x=0.2$; $z=0.3$; $t=0.1$



Распределение перемещения по оси OZ ($v(x,y,z,t)$) по $z(k)$ при $x=0.2$; $y=0.1$; $t=0.08$



Распределение перемещения по времени ($v(x,y,z,t)$) по $t(k)$ при $x=0.1$; $y=0.2$; $z=0.5$

4. Заключение. На рисунках показаны распределение перемещений по различным сечения параллелепипеда относительно координатным осям и времени. Сравнения численных результатов полученных по рассмотренным двум методам, показывают, что они достаточно близки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Khaldjigitov, A. A., Yusupov, Y. S., Rasedee, A. F. N., & Long, N. N. (2019, April). Mathematical modeling and simulation of the coupled strain space thermoplasticity problems. In *Journal of physics: Conference series* (Vol. 1212, No. 1, p. 012023). IOP Publishing.
2. Khaldjigitov, A. A., Nik Long, N. M. A., Qalandarov, A., & Eshkuvatov, Z. K. (2014). Mathematical and numerical modelling of the thermoplastic coupled problem. In *International Conference on Mathematical Sciences and Statistics 2013: Selected Papers* (pp. 69-75). Springer Singapore.
3. Каландаров А.А., Адамбаев У., Худазаров Р.С. Связанные и несвязанные задачи термо-упруго-пластичности // *Вестник НУУз, мех-мат серия.*-2010.- №3.-С.92-95.
4. Khaldjigitov, A. A., Babajanov, M. R., Kalandarov, A. A., & Khudazarov, R. S. (2020). Coupled dynamic thermoplasticity problem for transversely isotropic parallelepiped. *International Journal*, 8(7), 3958-3964.
5. Халджигитов, А. А., Каландаров, А. А., & Абдураимов, Д. Э. (2020). Численное решение динамической краевой задачи теории упругости для ортотропных тел. *Инновацион ва замонавий ахборот технологияларини таълим, фан ва бошқарув соҳаларида қўллаш истиқболлари халқаро конференцияси материаллари*, 548-551.
6. Абдураимов, Д. Э. Ў., Норматова, М. Н., & Монасипова, Р. Ф. (2021). ЛИБМАН ТИПИДАГИ ИТЕРАЦИН УСУЛНИ ЭЛАСТИКЛИК НАЗАРИЯСИ МАСАЛАСИГА ҚЎЛЛАШНИНГ МАТЕМАТИК МОДЕЛИ. *Science and Education*, 2(1), 15-20.
7. Abduraimov, D. (2022). TRANSVERSAL ISOTROPIC BODY FOR TWO-DIMENSIONAL THERMOELASTICS RELATED TO THE EXAMPLE OF THE MATHEMATICAL MODEL AND ITS INSTRUCTIONS. *CENTRAL ASIAN JOURNAL OF EDUCATION AND COMPUTER SCIENCES (CAJECS)*, 1(6), 6-11.