**Сейтов А.Ж.**
**Национальный Университет Узбекистана имени Мирза Улугбека, Профессор кафедры вычислительной математики и информационных систем.**
**Абдураимов Д.Э.**
**Гулистанского государственного университета, Старший преподаватель кафедры прикладной математики и информационных технологий**
**Абдурахмонов О.Н.**
**Гулистанского государственного университета, Старший преподаватель кафедры вычислительной математики и информационных систем**

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВУХМЕРНОГО НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ВОДЫ НА ВОДОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ОБЪЕКТАХ

**Аннотация:** В статье разработана математические модели и численные методы для моделирования двухмерного неустановившегося движения воды на водохозяйственных объектах. А также, **п**риведены модели можно классифицировать по используемым методам решения. Существующие методы решения уравнений Сен-Венана условно разграничены на три группы. К первой относятся решения, полученные в результате попыток найти общий интеграл уравнений Сен-Венана с помощью строгого математического анализа, когда применяется метод дифференциальных характеристик с последующим использованием уравнений в конечных разностях.

**Ключевые слова:**Сатемтические модели, численные методы, гидравлические методы, решения, уравнения Сен-Венана, Конвекционно-диффузная модель.

**Seytov A.J.**
**National University of Uzbekistan named after Mirza Ulugbek, Professor of the Department of Computational Mathematics and Information Systems.**
**Abduraimov D.E.**
**Gulistan State University, Senior Lecturer, Department of Applied Mathematics and Information Technologies**
**Abduraxmonov O.N.**
**Gulistan State University, Senior Lecturer, Department of Computational Mathematics and Information Systems**

# MATHEMATICAL MODELS FOR SIMULATING TWO-DIMENSIONAL UNSTABLE MOTION OF WATER AT WATER OBJECTS

**Abstract:** The article develops mathematical models and numerical methods for modeling two-dimensional unsteady water movement at water management facilities. And also, the given models can be classified according to the solution methods used. Existing methods for solving the Saint-Venant equations are conventionally divided into three groups. The first includes solutions obtained as a result of attempts to find the general integral of the Saint-Venant equations using rigorous mathematical analysis, when the method of differential characteristics is applied, followed by the use of finite difference equations.

**Keywords:** Mathematical models, numerical methods, hydraulic methods, solutions, Saint-Venant equations, Convection-diffusion model.

**Введение:**

В настоящее время для решения одномерных уравнений неустановившегося движения воды очень распространены приближенные методы, и они очень широко применяются в практических расчетах. Здесь необходимо отметить два направления это использование модифицированных уравнений и использование полных систем уравнений Сен-Венана.

В одномерном случае Сен-Венана уравнение имеет вид

$$B\frac{\partial z}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=q,\ \ \frac{1}{g\omega}\left(\frac{\partial Q}{\partial t}+2v\frac{\partial Q}{\partial x}\right)+\left[1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\right]\frac{\partial z}{\partial x}=\left[i+\frac{1}{B}\left(\frac{\partial \omega}{\partial x}\right)_{h=const}\right]\left(\frac{v}{c}\right)^2-\frac{Q|Q|}{K^2},\ \ (1)$$

где: $Q=Q(x,t)$ – расход воды; $z=z(x,t)$ –ордината свободной поверхности; $g$ – гравитационная постоянная; $i$ – уклон дна*;* $B=B(z)$ – ширина потока по поверхности живого сечения; $\omega=\omega(z)$ – площадь живого сечения потока; $c=c(z)$ – скорость распространения малых волн; $K=K(z)$ –модуль расхода.

Существенным преимуществом гидравлических моделей является их универсальность. Они применимы как при проектировании, так и при эксплуатации участков рек и каналов. Недостатки гидравлических моделей в основном связаны с процессами в руслах рек, где наблюдается возникновение так называемых не транзитных зон - закустаренных или других участков реки, где вода почти не движется. Не транзитные зоны играют роль аккумулирующих емкостей, поэтому такие зоны не должны учитываться в живом сечении потока. Методы выделения транзитных зон пока не разработаны, вследствие чего они не учитываются в обычно используемых одномерных уравнениях движения воды. В каналах при правильном техническом обслуживании появление не транзитных зон почти не наблюдается, вследствие чего указанные недостатки гидравлических моделей являются несущественными.

Таким образом, именно гидравлические модели представляют наибольший интерес для исследования динамических процессов в водохозяйственных объектах и системах.

**Методы и результаты:**

Приведенные модели можно классифицировать по используемым методам решения. Существующие методы решения уравнений Сен-Венана условно разграничены на три группы. К первой относятся решения, полученные в результате попыток найти общий интеграл уравнений Сен-Венана с помощью строгого математического анализа, когда применяется метод дифференциальных характеристик с последующим использованием уравнений в конечных разностях.

Вторую группу составляют решения, найденные с помощью математического анализа с привлечением теории волн малой амплитуды.

К третьей группе относятся решения, полученные в результате приближенного интегрирования уравнений Сен-Венана с предварительной заменой их уравнениями в конечных разностях.

Модели, основанные на решении модифицированных одномерных уравнений Сен-Венана [1-3]. Конвекционно-диффузная модель основывается на пренебрежение инерционных членов уравнений и имеет вид

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\left(\frac{Q}{K}\frac{\partial K}{\partial h}\right)\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{K^2}{2b|Q|}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}=0, \qquad (2)$$

где $K$ – модуль расхода.

В случае пренебрежения уклоном свободной поверхности, получим уравнение кинематической волны

$$\frac{\partial \omega}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=0$$

$$Q=\omega c\sqrt{Ri} \qquad (3)$$

Модели теории волн малой амплитуды [4] предполагают, что все изменения гидравлических элементов, обусловленные волновым движением, по сути величины малые, так что квадратами этих величин, а равно и их произведениями можно пренебречь. Линеаризуя уравнение Сен-Венана около установившего движения приводится к линейным уравнениям гиперболического типа с постоянными коэффициентами, значения которых определяются при начальном равномерном режиме.

Достоинством вышеприведенных моделей является использование небольшого количества общепринятых и неоднократно апробированных исходных положений, ясная и строгая математическая формулировка возникающих задач.

Во многих случаях на основе гидродинамической теории оказывается возможным выполнить детализированные расчеты протекания соответствующих физических явлений в многомерной пространственной области и во времени. Примером такого успешного приложения теории служат расчеты движения воды в виде длинных волн. Среди длинноволновых движений, подразделяемых по динамическим признакам, практически наиболее значимыми являются двухмерные процессы в широких руслах рек, озерах, каналов и водохранилищах.

Многомерные гидродинамические процессы, характеризующиеся длинноволновыми возмущениями, находят аналогию в различных областях механики и геофизики, акустике, газовой динамике, гидравлике, метеорологии, сейсмологии и в других направлениях науки.

Теория длинных волн принадлежит к классическим разделам гидродинамики. Исходным положением теории является гидростатический закон для давления [5]

$$p(x,y)=\rho g(\xi(x,y)-z(x,y))+p_0(x,y), \qquad (4)$$

где x, y горизонтальные координаты, координатная плоскость XOY совпадает с невозмущенной поверхностью жидкости, вертикальная ось Z направлена вверх; ξ - превышение уровня воды над равновесным положением, ρ - плотность воды, g - ускорение силы тяжести. Так как ρ везде постоянная, что позволяет исключить из рассмотрения внутренние волны.

Допущение о гидростатичности давления в случае идеальной жидкости, имеет своим следствием независимость от z горизонтальных ускорений частицы жидкости (а следовательно, и горизонтальных составляющих скорости, если движение начинается из состояния покоя). Пренебрежение вертикальным ускорением приводит к закону гидростатики. Эта позволяет уменьшить размерность пространства, в котором изучается процесс, и рассматривать движение в двухмерной плоскости XOY.

Движение длинной волны (рис. 1), описывается дифференциальным уравнением (Стокер, 1959) [6]

$$\frac{dU}{dt}=F-g\nabla\xi \qquad (5)$$

где U = {u(x,y,t), v(x,y,t)} и F = {Fx(x,y,t), Fy(x,y,t),} – скорость внешней силы на единицу массы, и вектор внешних сил, которые не зависят от вертикальной координаты, g – ускорение силы тяжести, ξ – превышение уровня жидкости над ее равновесным положением.

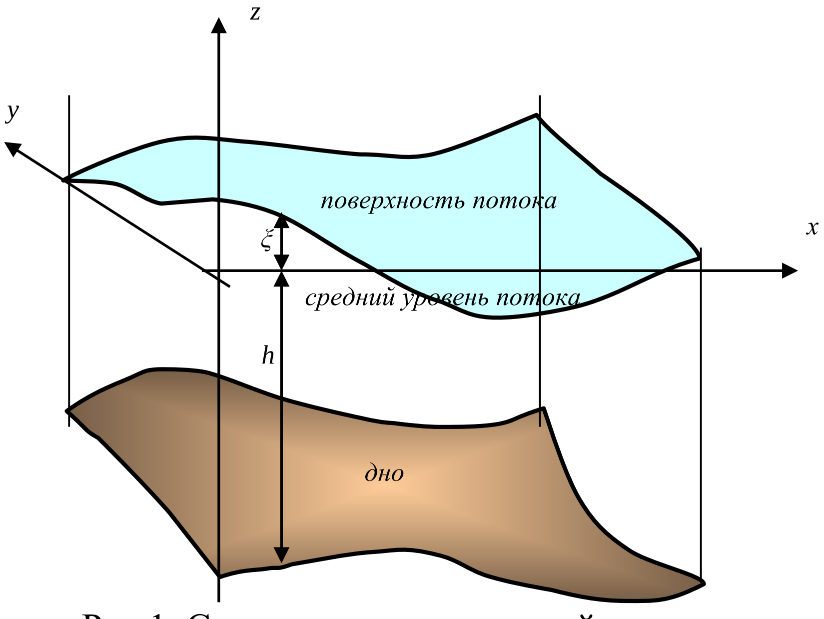


Рис.1. Схема движение длинной волны в осях координат XYZ.

Уравнение (3) выражает закон сохранения количества движения. Оно получается из основного уравнения механики сплошных сред [4].

$$\frac{dV}{dt}=f+\frac{1}{\rho}divT \qquad (6)$$

где $\rho = \rho$ (x,y t) – плотность, V = {u,v,ω} – скорость частицы, f – внешняя сила

В предположении отсутствия тангенциальных напряжений для тензора напряжений T, характеризующего реакцию среды на внутренние силы; система напряжений в любой точке жидкости сводится к равномерному давлению (сжатию) и уравнение (5) получается, если принять для величины этого давления p гидростатический закон изменения

$$p = \rho g(\xi - z) + pa \quad (7)$$

(pa – атмосферное давление на свободной поворхности) и положить p = const.

Внешними силами для рассматриваемых задач являются, кроме силы тяжести, сила трения ветра о водную поверхность, трение воды о дно, берега и атмосферное давление. Эти силы задаются как функции пространственных координат и времени, они должны входить в выражение для вектора внешних сил F в правой части уравнения (3). Отнесем ускорение частицы жидкости в этом уравнении к системе отсчета, неподвижно связанной с Землей, заменив левую часть уравнения на $\frac{dU}{dt} + 2\omega x U$ (ω - вектор угловой скорости вращения Земли).Полученное уравнение – уравнение Эйлера – в гидростатическом приближении описывает движение длинной волны в идеальной несжимаемой жидкости с учетом силы Кориолиса. Неизвестные функции U = {u, v} и ξ определяются при некоторых начальных и условиях из уравнения (3) и уравнения неразрывности, выражающего закон сохранения массы в призматическом столбе жидкости между бесконечно близкими вертикальными плоскостями [7].

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} Hu + \frac{\partial}{\partial y} Hv = 0 \quad (8)$$

где H(x,y,t) = h+ ξ, h (x,y) – невозмущенная глубина жидкости.

Используя формула

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + (U\nabla)U, \quad (9)$$

запишем проекции уравнения (3) на оси координатам:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + g\frac{\partial H}{\partial x} = \Phi_X, \quad (10)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + g\frac{\partial H}{\partial y} = \Phi_X, \quad (11)$$

где вектор

$$\Phi = \{\Phi x , \Phi y \} \equiv F - 2\omega \text{ x } U + g\nabla h. \quad (12)$$

В дальнейшем мы будем часто использовать удобную запись системы уравнений (1.4), (1.5) в виде одного векторного уравнения [8]

$$\frac{\partial U}{\partial t} + A\frac{\partial U}{\partial t} + B\frac{\partial U}{\partial y} = \Phi. \quad (13)$$

Здесь

$$U = \begin{pmatrix} u \\ v \\ H \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} u & 0 & g \\ 0 & u & 0 \\ H & 0 & u \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} v & 0 & 0 \\ 0 & v & g \\ 0 & H & v \end{pmatrix} \tag{14}$$

Если A, B не зависят от U, а вектор Ф зависит от U нелинейно, система уравнений (13) называется почти линейной. В общем случае, когда матрицы A и B зависят от компонентов вектор U, (13) представляет квазилинейную систему уравнений гиперболического типа.

Двухмерное уравнения Сен-Венана, описывающие неустановившееся течение воды в открытых руслах [9]

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (uh)}{\partial x} + \frac{\partial (vh)}{\partial y} + i = 0, \\
&\frac{\partial (uh)}{\partial t} + \frac{\partial (u^2 h)}{\partial x} + \frac{\partial (uvh)}{\partial y} + g\frac{\partial (h^2/2)}{\partial x} = gh(S_{ax} - S_{fx}), \\
&\frac{\partial (vh)}{\partial t} + \frac{\partial (v^2 h)}{\partial y} + \frac{\partial (uvh)}{\partial x} + g\frac{\partial (h^2/2)}{\partial y} = gh(S_{ay} - S_{fy}).
\end{aligned} \tag{15}$$

Здесь x – координата оси по длине; y – координата оси по ширине; t – время; h=h(x,y,t) – глубина водной поверхности; u=u(x,y,t) – продольная составляющая скорости водного потока; v=v(x,y,t) – поперечная составляющая скорости водного потока; Sax – уклон дна по оси x, Say – уклон дна по оси y, Sfx – уклон свободной поверхности воды по оси x, Sfy – уклон свободной поверхности воды по оси y; g – ускорение силы тяжести; i(x,y,t) – интенсивность поступлений воды.

Ордината дна канала задается функцией zo(x,y), тогда уклоны дна по соответствующим координатам определяются [10]

$$S_{ax} = \frac{\partial z_0}{\partial x}, \; S_{ay} = \frac{\partial z_0}{\partial y}, \tag{16}$$

С помощью формулы Маннинга получим уклоны свободных поверхностей по ординатам [11].

$$S_{fx} = \frac{n^2 u(u^2 + v^2)^{1/2}}{h^{4/3}} \qquad S_{fy} = \frac{n^2 v(u^2 + v^2)^{1/2}}{h^{4/3}}, \tag{17}$$

Уравнение (15) относится к двухмерным уравнениям квазилинейным уравнениям гиперболического типа.

Введем замену переменных p=uh, q=vh [12]. Тогда уравнение (15) имеет вид

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} + i = 0, \\
&\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p^2}{h} + \frac{gh^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{pq}{h}\right) + gh\frac{\partial z_0}{\partial x} + gn^2\frac{p(p^2 + q^2)^{\frac{1}{2}}}{h^{\frac{7}{3}}} = 0, \\
&\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{q^2}{h} + \frac{gh^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{pq}{h}\right) + gh\frac{\partial z_0}{\partial y} + gn^2\frac{p(p^2 + q^2)^{\frac{1}{2}}}{h^{\frac{7}{3}}} = 0.
\end{aligned} \tag{18}$$

Записывая эти уравнения в векторной форме, получим

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}+\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x}+\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y}+\mathbf{D}=0, \qquad (19)$$

где U,F,G и D векторы функции

$$\mathbf{U}=\begin{pmatrix} h \\ p \\ q \end{pmatrix},\quad \mathbf{F}=\begin{pmatrix} p \\ \dfrac{p^2}{h}+\dfrac{gh^2}{2} \\ \dfrac{pq}{h} \end{pmatrix},\quad \mathbf{G}=\begin{pmatrix} p \\ \dfrac{pq}{h} \\ \dfrac{q^2}{h}+\dfrac{gh^2}{2} \end{pmatrix}, \qquad (20)$$

$$\mathbf{D}=\begin{pmatrix} i \\ gh\dfrac{\partial z_0}{\partial x}+gn^2\dfrac{p(p^2+q^2)^{\frac{1}{2}}}{h^{\frac{7}{3}}} \\ gh\dfrac{\partial z_0}{\partial y}+gn^2\dfrac{q(p^2+q^2)^{\frac{1}{2}}}{h^{\frac{7}{3}}} \end{pmatrix}, \qquad (21)$$

Так как функции F(U) и G(U) зависят от функции U, уравнение (21) запишем в следующем виде [13]

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}+\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x}+\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{U}}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial y}+\mathbf{D}=0. \qquad (22)$$

Окончательно запишем уравнение (22) в векторно-матричной форме.

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}+\mathbf{A}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x}+\mathbf{B}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial y}+\mathbf{D}=0, \qquad (23)$$

где

$$\mathbf{A}=\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\dfrac{p^2}{h^2}+gh & \dfrac{2p}{h} & 0 \\ -\dfrac{pq}{h^2} & \dfrac{q}{h} & \dfrac{q}{h} \end{pmatrix},\quad \mathbf{B}=\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{U}}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\dfrac{pq}{h} & \dfrac{q}{h} & 0 \\ -\dfrac{q^2}{h^2}+gh & 0 & \dfrac{2q}{h} \end{pmatrix}. \qquad (24)$$

Без учета инерционных членов уравнение (1.16) имеет вид [14]

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial (uh)}{\partial x}+\frac{\partial (vh)}{\partial y}+i=0,\quad \frac{\partial h}{\partial x}=S_{ax}-S_{fx},\quad \frac{\partial h}{\partial y}=S_{ay}-S_{fy}. \qquad (25)$$

Данное уравнение относится к двухмерным уравнениям параболического типа.

Таким образом, двухмерное уравнение Сен-Венана, описывающее неустановившееся течения воды в открытых руслах, в векторно-матричной форме имеет вид [15]

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}+\mathbf{A}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x}+\mathbf{B}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial y}+\mathbf{D}=0, \qquad (x, y) \in \Omega \qquad (26)$$

где U={h, p, q}.

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{p^2}{h^2}+gh & \frac{2p}{h} & 0 \\ -\frac{pq}{h^2} & \frac{q}{h} & \frac{p}{h} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\frac{pq}{h} & \frac{q}{h} & \frac{p}{h} \\ -\frac{q^2}{h^2}+gh & 0 & \frac{2q}{h} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D}=\begin{pmatrix} i \\ gh\frac{\partial z_0}{\partial x}+gn^2\frac{p(p^2+q^2)^{1/2}}{h^{7/3}} \\ gh\frac{\partial z_0}{\partial y}+gn^2\frac{q(p^2+q^2)^{1/2}}{h^{7/3}} \end{pmatrix}.$$

Здесь x – координата оси по длине; y – координата оси по ширине; t – время; h=h(x,y,t) – глубина водного потока; p=uh=p(x,y,t) – продольная составляющая расхода водного потока; q=vh=q(x,y,t) – поперечная составляющая расхода водного потока; u= u(x,y,t) – продольная составляющая скорости воды водного потока; v=v(x,y,t) – поперечная составляющая скорости водного потока; ∂z0/∂x – у ∂x клон дна по оси x, ∂z0/∂y– уклон дна по оси y, n – коэффициент шероховатости, g – ускорение силы тяжести; i(x,y,t) – интенсивность поступления воды.

**Заключение:**

В статье разработаны математические модели и численные методы для моделирования двухмерного неустановившегося движения воды на водохозяйственных объектах. А также, созданы модели можно классифицировать по используемым методам решения. Существующие методы решения уравнений Сен-Венана условно разграничены на три группы. К первой относятся решения, полученные в результате попыток найти общий интеграл уравнений Сен-Венана с помощью строгого математического анализа, когда применяется метод дифференциальных характеристик с последующим использованием уравнений в конечных разностях.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ЛИТЕРАТУР

1. Shavkat Rakhimov, Aybek Seytov, Murod Sherbaev, et al. Algorithms for solving the problems of optimizing water resources management on a reservoir seasonal regulation. AIP Conference Proceedings 2432, 060023 (2022); https://doi.org/10.1063/5.0090412

2. А.Ж. Сейтов, Б.Р. Ханимқулов, М.А. Гаипов, М.Р. Юсупов Зарафшон дарёси оқимининг ҳосил бўлишига атмосфера ёғинлари ва ҳаво ҳароратининг таъсири // Academic research in educational sciences, 2021. Том 2, № 5, С. 156-162

3. Рахимов Ш. Х., Сейтов А. Ж., Кудайбергенов А. А. Критерии управления задач оперативного управления водными ресурсами объектов

водохозяйственных систем. Abstracts of IX International Scientific and Practical Conference. Kharkiv, Ukraine 2-4 August 2020. С. 125-131.

4. Рахимов Ш.Х., Сейтов А.Ж. Теоретико-множественная модель насосной станции, оснащенная осевыми поворотно-лопастными насосными агрегатами. Материалы республиканской научной онлайн конференции молодых ученых «Современные проблемы математики и прикладной математики» посвященной 100 летию академика С.Х.Сираждинова (21 мая 2020 г.) Стр. 78 -82.

5. Сейтов А.Ж., Кудайбергенов А.А. Классификация математических моделей неустановившегося движения воды в магистральных каналах ирригационных систем // Материалы Республиканской научной онлайн конференции молодых ученых «Собременные проблемы математики и прикладной математики» посвященной 100 летию академика С.Х.Сирожиддинова. - Ташкент. – 2020 г. 21 мая. С. 88-91.

6. Кабулов А.В., Сейтов А.Ж., Кудайбергенов А.А. Структура базы данных и програмные модули для моделирования водохозяйственных системах // Рол Информационно-коммуникационных технологий в инновационном развитии отраслей экономики. Сборник докладов Республиканский научно-технической конференции. – Ташкент. – 2020 г, 5-6 март. – С. 428-430.

7. Рахимов Ш.Х., Сейтов А.Ж., Кудайбергенов А.А. Структура базы данных и программные модули для моделирования движения воды на участках магистрального канала // Рол Информационно-коммуникационных технологий в инновационном развитии отраслей экономики. Сборник докладов Республиканский научно-технической конференции. - Ташкент. – 2020 г, 5-6 март. С.430-433.

8. Сейтов А.Ж., Кудайбергенов А.А., Хонимкулов Б.Р. Моделировения двумерного неустановившегося движения воды на открытых руслах на основе проекционного метода // Инновационные идеи в разработке информационно-коммуникационных технологий и программных обеспечений. Сборник докладов Республиканский научно-технической конференции. - Самарканд. – 2020 г. 15-16 мая. С. 60-63.

9. Рахимов Ш.Х., Сейтов АЖ. Математические модели и алгоритмы автоматического управления режимами работы насосных станций // Собременные проблемы математики. Сборник тезисов научной онлайн-конференции. – Нукус. – 2020 г. 20-мая. - С. 226-228.

10. Рахимов Ш.Х., Сейтов АЖ. Оптимального управления неустановившемся движением воды в магистральных каналах // Применение современных методов в развитии науки. Материалы республиканской научной онлайн конференция молодых ученых. – Ташкент. – 2020 г. 27 августа. – С. 63-67.

11. M.N. Esonturdiyev, A.J. Seytov O’zbekiston Respublikasi suv resurslarini boshqarishni takomillashtirishda raqamli texnologiyalarini joriy qilish // Zamonaviy ta’limda matematika, fizika va raqamli texnoligiyalarning dolzarb muammolari va yutuqlari. 2021. 4-6 ноябрь B. 1154-1162 бет.

12. Кабулов А.В., Сейтов А.Ж., Қудайбергенов А.А., Аметова Г.Е. Сув хўжалиги объектларининг структуравий тасвирланиши // Табиий фанларни

ривожлантиришда ахборот-коммуникация технологияларининг ўрни. Республика илмий-амалий конференциялар мақолалар тўплами, – Нукус, 9-ноябр, 2021й. – Б. 122-126.

13. Рахимов Ш.Х., Сейтов А.Ж., Айдарова А.Б., Комплекс программ расчета задач оптимального водораспределения в магистральном канале. Агентство по интелектуальной собственности РУз. Ташкент, 2018. № DGU 05615, 11.09.2018г.

14. Рахимов Ш.Х., Сейтов А.Ж., Айдарова А.Б., Шербаев М.Р. Программа расчета уровень и расход воды Абу-Бухарского машинного канала. Агентство по интелектуальной собственности РУз. Ташкент, 2019. № DGU 07060, 17.09.2019г

15. Рахимов Ш.Х., Сейтов А.Ж., Шербаев М.Р., Дусиёров Ф.Ж. Структура база данных и информационная система для мониторинговых работ и принятия решения по управления водными ресурсами Каршинского магистрального канала с каскадами насосных станций и Талимарджанского водохранилища. Агентство по интелектуальной собственности РУз. Ташкент, 2019. № BGU 00388, 28.11.2019г.

16. Kabulov A.V., Qudaybergenov A.A., Seytov A.J. Irrigatsiya tizimi kanallarida suv resurslarini boshqarish axborot tizimi. O’zbekiston Respublikasi Adliya vazirligi huzuridagi intellektual mulk agentligi. Toshkent, 2021.№ DGU 12843. 30.09.2021.