BIR JINSLI CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASINING TADBIQI

Shukurov Ikrom Abdurashitovich *Samarqand iqtisodiyot va servis instituti "Oliy matematika" kafedrasi o'qituvchisi*

Rajabboyev Xamidullo Quvondik o'g'li *Samarqand iqtisodiyot va servis instituti "Ikkinchi va kechki ta'lim" bo'limi Mexmonxona xo'jaligini tashkil etish va boshqarish ta'lim yo'nalishi MXT-K-323-guruh talabasi*

Annotatsiya: Ushbu maqolada bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasining iqtisodiy talqini yordamida iqtisodiyotni boshqarishda tejamkorlik hamda muammoli masalalarni yechish, qo'llash va iqtisodiy jarayonlarni chuqur tahlil qilish haqida so'z yuritilgan.

Abstract: This article talks about saving and solving problematic issues, application and in-depth analysis of economic processes with the help of the economic interpretation of the system of homogeneous linear equations.

Kalit so'zlar: bir jinsli, tenglama, yechim, sistema, iqtisodiy muammo, matritsa, chiziqli tenglamalar sistemasi.

Key words: homogeneous, equation, solution, system, economic problem, matrix, system of linear equations.

Agar chiziqli tenglamalar sistemasida ozod hadlar nolga teng bo'lsa, ya'ni $b_1 = b_2 = \cdots = b_m = 0$ bo'lsa, hosil bo'lgan tenglamalar sistemasi bir jinsli tenglamalar sistemasi deyiladi, ya'ni

$$\begin{cases} a_{11}\ x_1 + a_{12}\ x_2 + \cdots + a_{1n}\ x_n = 0 \\ a_{21}\ x_1 + a_{22}\ x_2 + \cdots + a_{2n} x_n = 0 \\ ---------------- \\ a_{m1}\ x_1 + a_{m2}\ x_2 + \cdots + a_{mn}\ x_n = 0 \end{cases}$$

Bu sistema kengaytirilgan matritsaning oxirgi ustuni elementlari nolga teng bo'lgani uchun sistema matritsasi va kengaytirilgan matritsalar rangi teng bo'ladi, ya'ni $r(A) = r(\overline{A})$ bo'ladi. Shuning uchun Kroneker-Kaspelli teoremasiga ko'ra bir jinsli tenglamalar sistemasi har doim birgalikda bo'ladi. Masalan, (0,0,..., 0)=0 sistemaning trivial yechimi (nol yechim) bo'ladi.

Tenglamalar sistemasining matritsa ko'rinishi quyidagidan iborat:

$$\mathrm{AX} = 0.$$

Yuqorida keltirilgan 1-4 xulosalarga ko'ra, agar $r(A) = n$ bo'lsa sistema yagona, nol yechimga ega, agarda $r(A) < n$ bo'lsa, cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi. Demak $m = n$ bo'lgan holda sistema noldan farqli yechimga ega bo'lishi uchun uning determinanti nolga teng bo'lishi zarur va yetarli bo'lar ekan.

***Ta'rif**. Agar sistemaning* $\mathrm{X}_1,\ \mathrm{X}_2, \cdots, \mathrm{X}_k$ *-chiziqli erkli yechimlar sistemasi berilgan bo'lib, bu sistemaning istalgan* X *yechimi ularning chiziqli* *kombinatsiyasidan iborat bo'lsa, ya'ni shunday* $\lambda_1,\ \lambda_2,\cdots,\lambda_k$ *sonlar mavjud bo'lsaki,*

$$\mathrm{X} = \lambda_1 \mathrm{X}_1 + \lambda_2 \mathrm{X}_2 + \cdots + \lambda_k \mathrm{X}_k$$

bo'lsa, u holda bu sistema fundamental yechimlar sistemasi deyiladi

***Teorema**. Agar sistema uchun* $r(A) < n$ *bo'lsa, u holda istalgan fundamental yechimlar sistemasi* $k = n - r(A)$ *ta yechimdan iborat bo'ladi[1].*

Masalan.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

bir jinsli tenglamalar sistemasining fundamental yechimlar sistemasini topaylik. Sistemaning oxirgi tenglamasini birinchi o'ringa yozamiz, so'ngra uni zinapoya shakliga keltiramiz:

$$\begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 & -16 & 3 \\ 3 & 1 & -8 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & -3 & -7 & 2 \\ 1 & 11 & -12 & 34 & -5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 & -16 & 3 \\ 0 & 16 & -14 & 50 & 8 \\ 0 & 8 & -7 & 25 & -4 \\ 0 & 16 & -14 & 50 & -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 & -16 & 3 \\ 0 & 8 & -7 & 25 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Matrisa rangi $r(A) = 2$. x_1 va x_2 o'zgaruvchilarning bazis minori $\begin{vmatrix} 1 & -5 \\ 0 & 8 \end{vmatrix} \neq 0,$

x_1 va x_2 o'zgaruvchilarni asosiy o'zgaruvchilar sifatida tanlab olamiz va ularni asosiy bo'lmagan $x_3, x_4\ x_5$ noma'lumlar orqali ifodalaymiz

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0 \\ \quad 8x_2 - 7x_3 + 25x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$$

Umumiy yechimlar sistemasini hosil qilish uchun asosiy bo'lmagan $x_3, x_4\ x_5$ o'zgaruvchilarni E birlik matrisa satr elementlari bilan almashtiramiz. $x_3 = 1, x_4 = 0,\ x_5 = 0$ deb olinsa, sistemaning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2 = 0 \\ \quad 8x_2 - 7 = 0 \end{cases}$$

bundan $x_1 = \dfrac{19}{8},\ x_2 = \dfrac{7}{8}$, ya'ni birinchi bazis yechimni hosil qilamiz: $X_1 = \left(\dfrac{19}{8};\ \dfrac{7}{8};\ 1,\ 0,\ 0\right)$

Shunga o'xshash yana ikkita bazis yechimni topamiz

$x_3 = 0, x_4 = 1,\ x_5 = 0$ bo'lganda $X_2 = \left(\dfrac{3}{8};\ -\dfrac{25}{8};\ 0,\ 1,\ 0\right);$

$x_3 = 0, x_4 = 0,\ x_5 = 1$ bo'lganda $X_3 = \left(-\dfrac{1}{2};\ \dfrac{1}{2};\ 0,\ 0,\ 1\right).$

Topilgan X_1, X_2 , X_3 yechimlar berilgan sistemaning fundamental yechimlar sistemasini tashkil qiladi. Qulaylik uchun X_1, X_2 , X_3 yechimlarning kompanentlarini mos ravishda 8, 8, 2 sonlarga ko'paytirib, butun kompanentli fundamental yechimlar sistemasini hosil qilamiz:

$$\overline{X}_1 = (19;\ 7;\ 8;\ 0;\ 0),\ \overline{X}_2 = (3;\ -25;\ 0;\ 8;\ 0),\ X_3 = (-1;\ 1;\ 0;\ 0;\ 2).$$

Sistemaning umumiy yechimi esa

$$X = \lambda_1 (19;\ 7;\ 8;\ 0;\ 0) + \lambda_2 (3; -25; 0; 8; 0) + \lambda_3 (-1; 1; 0; 0; 2)$$

ko'rinishida bo'ladi.

Agar n ta noma'lumli chiziqli tenglamalar sistemasida sistema asosiy matritsasining rangi noma'lumlan sonidan bittaga kam bo'lsa, ya'ni $r(A) = n-1$, u holda chiziqli tenglamalar sistemasining yechim sifatida $n-1$ ta tenglamalar sistemasi matritsasining birinch, ikkinchi va h.k ustunlarini o'chirishdan hosil bo'lgan, ishoralari almashinuvchi minorlari sistemasini qabul qilish mumkin. Agar bu minorlar noldan farqli bo'lsa, u holda bu chiziqli tenglamalar sistemasining barcha yechimlari shu sonlarga karrli bo'ladi.

Masalan, $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$ bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasining barcha yechimlarini topaylik.

Dastlad , sistemaga mos matrisa rangini hisoblaylik.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Demak, tenglamalar sistemasi matrisaning rangi $r(A) = 2$ ga teng va u noma'lumlar sonidan bittaga kam. Shuning uchun, tenglamalar sistemasining fundamental yechimlar sistemasi k=3-2=1 ta bo'ladi. Sistema ixtiyoriy ikkita tenglamasini olamiz, masalan, birinch va ikkinchi tenglamalarini

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}.$$

Tenglamalar sistemasiga mos matritsasining birinch, ikkinchi ba uchinchi ustunlarini o'chirishdan hosil bo'lgan, ishoralari almashinuvchi minorlari hisoblaymiz,

$$x_1 = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \cdot k = 5k,\ x_2 = -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \cdot k = -4k,\ x_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \cdot k = -3k,$$

bunda k ixtiyoriy son[2].

Demak, sistemaning umumiy yechimi $\{5k; -4k; 3k\}$, bunda k ixtiyoriy son.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Mike Rosser. Basic Mathematics for Economists. - London and New York, Taylor & Francis Group, 2003 y
2. Sharaxmetov Sh., Asraqulova D.C, Qurbonov J.J., Iqtisodchilar uchun oliy matematikadan masalalar to'plami. "Iqtisodiyot". -T.: TDIU. 2012.- 246 b.