

**AVTONOM ROBOTLAR VA MEXANIZMLARDA МАТЕМАТИК  
BILIMLARDAN FOYDALANISH.  
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ В  
АВТОНОМНЫХ РОБОТАХ И МЕХАНИЗМАХ.  
USING MATHEMATICAL KNOWLEDGE IN AUTONOMOUS ROBOTS  
AND MECHANISMS.**

*Abduraximov Shuxratbek Abdurasuljonovich,  
Абдурахимов Шухратбек Абдурасулжанович  
Abdurakhimov Shukhratbek Abdurasuljonovich,  
Andijon qishloq xo'jaligi va agrotexnologiyalar instituti  
Андижанский институт сельского хозяйства и агротехнологий  
Andijan Institute of Agriculture and Agrotechnologies  
asistent, ассистент, assistant*

**Andijon qishloq xo'jaligi va agrotexnologiyalar instituti.**

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada avtonom harakatlanuvchi robotlar va harakatlanuvchi mexanizmlarni loyihalashda, harakatlanishida va mustaqil qarorlar qabul qilishda matematik bilimlarni ahamiyati ko'rib chiqilgan. Loyihalashtirilayotgan robototexnilalarni matematika fanining qaysi sohalaridan foydalanib bajarilayotganligi o'rganib chiqilgan.

**Аннотация:** В данной статье рассматривается важность математических знаний при проектировании, движении и самостоятельном принятии решений автономных роботов и движущихся механизмов. Изучено, какие области математики используются для реализации проектируемых робототехнических технологий.

**Absract:** This article examines the importance of mathematical knowledge in the design, movement, and independent decision-making of autonomous robots and moving mechanisms. It has been studied which fields of mathematics are being used to implement the robotic technologies being designed.

**Kalit so'zlar:** robot, avtonom harakatlanivchirobot va mexanizmlar, robotlashgan qurilmalar, matematika, chizikli algebra, vektorlar nazariyasi, polinom, differensial tenglamalar.

**Ключевые слова:** робот, автономные движущиеся роботы и механизмы, робототехнические устройства, математика, линейная алгебра, теория векторов, полиномиальные, дифференциальные уравнения.

**Key words:** robot, autonomous moving robot and mechanisms, robotic devices, mathematics, linear algebra, theory of vectors, polynomial, differential equations.

**Kirish qismi.** Og'ir, kuch talab qiladigan va doimiy bajariladigan vazifalarni insoniyat qadim davrlardan boshlab qurilmalar yordamida bajarib keladi. Og'ir yuklarni ko'tarish yoki siljitishda richaglar, aylanuvchi mexanizmlardan, yuqoriga suv va boshqa narsalarni ko'tarishda aylanma harakat qiluvchi (charxpalak, vintli) qurilmalardan foydalanilgan. Bu qurilmalarni yaratishda, muvozanatga keltirishda

va o'zaro ta'sirsiz (bir nechta qurilmalarni biri ikkinchisiga halaqit bermagan holda) harakatlanish uchun matematik bilimlarga tayaniladi.

**Muammoning o'rganilganlik darajasi.** Hozirgi kunda insoniyat o'z faoliyati davomida robotlardan, robotlashtirilgan qurilmalardan keng miqiyosda foydalanilmoqda. Bunday qurilmalarni yasashda, loyihalashda va dasturiy ta'minotini yaratishda fizika, kimyo fanlari va ularning tarkibidagi yanfi fanlardan tashqari matematik bilimlardan foydalanish ko'rib chiqilgan. O'rganish natijasida matematikaning chiziqli algebra(matritsa va determinantlar nazariyasi), vektorlar nazariyasi, polinomlar nazariyasi, Dekart, silindrik va sferik kordinatalar sistemasi, Li algebrasi va differensial tenglamalar kabi bo'limlarida qo'lga kiritilgan bilimlardan foydalanishi aniqlandi.

Mexanizmlar nazariyasi - geometriya, harakatchanlik (erkinlik darajalari), topologiya va geometrik shakllar bilan bog'langan qattiq jismlar orasidagi nisbiy harakat o'rtasidagi bog'liqlikni o'rganadigan mexanikaning amaliy fanidir. So'nggi o'n yilliklarda kinematika va mexanizmlar sohasidagi bilimlar sezilarli darajada oshdi, bu esa kinematik tahlil usullarining butunlay yangilanishiga olib keldi. Kinematika algebralari va polinomli tenglamalarni optimal yechishda qo'llaniladigan matematik usullarning rivojlanishi bilan bir vaqtda mexanizmlarning otasi sifatida tanilgan Freydenshteyn tomonidan o'sha paytda ko'rib chiqilgan masalalarni shakllantirish va nafis tarzda yechish mumkin bo'ldi. , zamonaviy kinematikaning Everesti sifatida. Ushbu kitobning asosiy maqsadi kinematik tahlil usullariga yangilangan yondashuv, shuningdek, planar va fazoviy mexanizmlarda eng ko'p qo'llaniladigan harakatchanlik mezonlarini ko'rib chiqishdir. Robot manipulyatorlarining kinematik tahlilidagi ilovalar kitobda keltirilgan materialni to'ldiradi. Kitobda ko'rsatilgan materiallar bakalavriat va magistratura talabalari, professorlar, tadqiqotchilar va mashinasozlik, mexatronika, elektrotexnika, robototexnika, aeronavtika va tegishli kasblar sohasidagi mutaxassislar uchun foydali bo'lishi mumkin.. Ko'p nomli tenglamalar ko'pincha murakkab kinematik zanjirlarning siljish tahlilidan kelib chiqadi. Algebraik usul, Silvestrning dialitik yo'q qilish usuli va gomotopiya tamoyillari kabi matematik protseduralarning kiritilishi, shubhasiz, mexanizmlarning joy almashish tahlilini aniq va tushunarli tarzda shakllantirish va hal qilish imkonini beradigan mavzulardir. Bundan tashqari, ushbu usullar an'anaviy raqamli usullarni minimallashtirish va hatto ba'zi hollarda ulardan qochish orqali robot manipulyatorlarining fazoviy holatini tahlil qilish imkonini beradi. Yuqori tartibli tahlillarda muhim mavzu bo'lgan turli xil aylanadigan mos yozuvlar ramkalarini o'z ichiga olgan ixtiyoriy vektorlarning vaqt hosilalarini o'rganish 2- qismni yakunlaydi . 3- qism mexanizmlar nazariyasi bo'yicha har qanday kitobning klassik mavzusiga bag'ishlangan: harakat geometriyasi. Ushbu bo'limda mexanizmlarning tarkibiy elementlarini o'rganish bilan bir qatorda, mexanizmlarning harakatchanligini hisoblashda an'anaviy mezonlar, masalan, Grübler mezoni, Kutzbax-Grubler-Chebishev formulasi va Kutzbax-Grubler- kabilar ko'rib chiqiladi. Malyshev mezoni. Ushbu harakatchanlik mezonlarining ilovalari va istisnolari planar va fazoviy manipulyatorlardagi ilovalar bilan tasvirlangan. Siljish

tahlili yopiq va ochiq kinematik zanjirlarga bo'linadi. Yopiq kinematik zanjirlarni siljish tahlilida algebraik geometriya yopiq shaklli yechimlarni olish maqsadida yoki mexanizmning murakkabligini hisobga olgan holda buning iloji bo'lmasa, Nyuton-Rafson texnikasi va Nyuton-gomotopiya kabi sonli usullardan foydalaniladi. usuli qo'llaniladi. Boshqa tomondan, ochiq kinematik zanjirlarda Denavit-Hartenberg vakilligining kashshoflari bo'lgan bir hil koordinata o'zgartirish matritsalarini qo'llaniladi. Mexanizmlarning tezlik tahlilini yechishda vektor, grafik va analitik usullarni qo'llash orqali tezlik mavzusiga yondashiladi. Xususan, tezlikning kirish-chiqish tenglamasini analitik usulda chiqarish mexanizmlarning mumkin bo'lgan yagona konfiguratsiyasini aniq yoritish imkonini beradi.

Matritsalar va determinantlar bilan ishlash ko'nikmalari qattiq jism kinematikasini o'rganishda muhim ahamiyatga ega. Mexanizmlar va robot manipulyatorlarining kinematikasidagi muammolar bilan bog'liq matematik modellar ular hal qilmoqchi bo'lgan fizik hodisalarning to'g'ri va o'qilishi mumkin bo'lgan tasvirlarini talab qiladi.

Kommutativ halqa berilgan  $n$  ta vektor fazoning  $n$  ta argumentining funksiyasi. Bu funktsiya vektorlarni qo'shish tartibini saqlash va ularni skalerlar bilan ko'paytirish bilan tavsiflanadi. Shu nuqtai nazardan, determinant vektor fazoda o'zgaruvchan ko'p chiziqli shakldir. Qizig'i shundaki, determinantlar matritsalaridan oldingi hisoblanadi. Oddiyroq qilib aytganda, determinant kvadrat matritsa bilan bog'langan yagona qiymatdir. Matritsalarini o'rganishda determinantlarga murojaat qilish muqarrar va aksincha. Shunday qilib, birinchi navbatda matritsalar mavzusiga to'xtalib, so'ngra determinantlarga e'tibor qaratiladigan hissaning tanlangan tartibi buning aksi bo'lishi mumkin edi.

$A = [ a_{ij} ]$  bo'lsin ( $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n$ )  $n$  tartibli kvadrat matritsa,  $A$ ,  $\det A$  ning determinantini hisoblash uchun Leybnits formulasi berilgan. tomonidan

$$\det A = \sum_{\sigma \in P_n} \text{sgn}(\sigma) \prod_{i=1}^n a_{i, \sigma_i}$$

Bu yerda,  $P_n$  - almashtirishlar to'plami va yig'indisi  $s$  ning almashtirishlari bo'yicha hisoblanadi. to'plamning  $\{ 1, 2, \dots, n \}$ . Boshqa tomondan, agar almashtirish juft bo'lsa  $\text{sgn}(s) = +1$  va toq bo'lsa  $\text{sgn}(s) = -1$ . Leybnits shakli yordamida matritsaning determinantini hisoblashni Laplas teoremasini qo'llash orqali tizimlashtirish mumkin.

Laplas teoremasi yuqori tartibli matritsalaridagi determinantlarni hisoblashni soddalashtiradigan matematik vositadir. Usul dastlabki determinantni kichikroq determinantlar yig'indisiga ajratishga asoslangan. Teorema shunday xulosaga keladi:  $n$  tartibli kvadrat matritsaning determinanti qo'shilgan matritsaning determinanti orqali satr yoki ustunning har bir elementi ko'paytmalari yig'indisiga ajralishi mumkin.

$A = [ a_{ij} \text{ bo'lsin } ] (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n)$   $n$  tartibli kvadrat matritsa bo'lsin. Laplas teoremasi shuni ko'rsatadiki,  $A$  ning determinantini  $A$  ning istalgan  $r$  qatori yoki  $c$  ustuni sifatida hisoblash mumkin.

Kinematikada vektor kattalik yoki modulga ega bo'lgan va chiziq segmenti va chiziqning ekstremal nuqtalaridan birining oxirida joylashgan o'q bilan ifodalangan yo'nalishga ega bo'lgan matematik ob'ektdir. Modul - bu chiziqning uzunligi, yo'nalish esa uch o'lchovli Evklid fazosida chiziqning yo'nalishini bildiradi. Ok vektor yo'nalishini ko'rsatadi. Vektorlar qalin bosh yoki kichik harflar bilan belgilanadi, ya'ni  $V$  yoki  $v$  bir xil vektorni, modul esa bir xil harf bilan, lekin kursivda  $V$  yoki  $v$  bilan belgilanadi. 3.2- rasmga asoslanib, vektorlarni tasniflash mumkin: i) erkin vektorlar, ular biron bir aniq nuqtada qo'llanilmaydi,  $A$  vektori  $B$  vektori bilan bir xil modul va yo'nalishga ega; ii) siljish vektorlari, ularning qo'llanish nuqtasi ularning harakat chizig'ining istalgan nuqtasida; iii) bog'langan vektor, u ma'lum bir nuqtada qo'llaniladi, qo'llash nuqtasi doira bilan ko'rsatilgan. Garchi matematiklar uchun bog'langan vektor aberratsiyadir. Ushbu kitobning maqsadlari uchun ikkinchisining kontseptsiyasi eng foydali hisoblanadi.

3.2- rasmda ko'rsatilgan turlarga qo'shimcha ravishda vektorlarni ularning tarkibiy qismlarining xususiyatlarini hisobga olgan holda tasniflash juda foydali. Masalan, kinematikada quyidagi vektor turlari takroriy qo'llaniladi:

- Birlik vektorlari, ularning moduli skalyar 1;
- Kollinear vektorlar bir xil ta'sir chizig'ini taqsimlovchi vektorlardir;
- Parallel vektorlar - ta'sir chiziqlari parallel bo'lgan vektorlar;
- Bir vaqtda vektorlar - ta'sir chiziqlari umumiy nuqta bilan kesishadigan vektorlar;
- Komplanar vektorlar bir tekislikda yotuvchi vektorlardir.
- Qarama-qarshi vektorlar bir xil modul va yo'nalishga ega, lekin qarama-qarshi yo'nalishga ega vektorlardir.

Konvergensiya - bu chizikli bo'lmagan tenglamalar tizimini echishda qo'llanilganda, algoritm samaradorligining asosiy ko'rsatkichidir. Topologik fazo - bu mos keladigan to'planning kichik to'plamlari orqali konvergensiya tushunchasini rasmiy ravishda aniqlash imkonini beruvchi matematik tuzilma. Algebraik topologiya - topologik bo'shliqlarni gomeomorfizmga o'rganadigan matematikaning bo'limi bo'lib, u topologik bo'shliqlar orasidagi uzluksiz bijektiv funktsiya sifatida tushuniladi va uning teskarisi uzluksizdir. Ushbu tushunchalar tufayli topologik bo'shliqlar gomotopiya ekvivalentiga qadar tasniflanishi mumkin, bu esa gomotopiya guruhlarini keltirib chiqaradi, eng oddiy fazodagi yopiq egri chiziqlar oilalari haqidagi ma'lumotlarni yozadigan asosiy guruhdir. Ikki xaritalash gomotopik deyiladi, agar biri uzluksiz ravishda ikkinchisiga deformatsiya qilinsa, go'yo u o'zining kelib chiqishida bezovtalanib, foydali narsaga aylantirilsa, masalan, ko'phadli tenglamaning yechimi. Xulosa qilib aytganda, gomotopiya - bu gomotopiya sinflarini aniqlash imkonini beruvchi ekvivalentlik munosabati. Nochizikli tenglamalarni yechishda gomotopiya Nyuton-Rafson usulining yaqinlashuv masalalarini bartaraf etadigan matematik vositadir. Bundan tashqari, gomotopiya chizikli bo'lmagan tenglamalar tizimining bir nechta haqiqiy

echimlarini topishga imkon beradi, bu Nyuton-Rafson texnikasining yana bir cheklovidir. Bootstrap usuli yoki parametrlarni buzish usuli sifatida ham tanilgan usul 20-asrning o'rtalariga to'g'ri keladi. Misol uchun, u 1960-yillarda mexanizm sintezi muammolarida ishlatilgan.

Geometriya - matematikaning ob'ektlarning o'lchovli xususiyatlarini o'rganadigan qismi. Harakat esa qattiq jismning inertial sanoq sistemasiga nisbatan holatining bir zumda o'zgarishidir. Mexanizm - bu geometrik shakllar bilan bog'langan qattiq jismlar to'plami bo'lib, ularning maqsadi harakatni ketma-ket yoki parallel ravishda uzatish yoki o'zgartirishdir. Qattiq jismlarning joylashishi va ularning o'lchamlari tasodifiy emas, balki kinematik dizayn jarayonining sintez bosqichidagi ijodkorlik ishi. Ushbu tashvishda qattiq jismlarning joylashishi asosan mexanizm uchun avval tanlangan vazifalarga muvofiq ishlab chiqiladigan harakatlarning turiga asoslanadi. Mexanizmning sig'imi u hosil qilishi mumkin bo'lgan harakatlarning murakkabligiga bog'liq va uning harakatchanlik darajasiga bevosita bog'liqdir. Shunday qilib, mexanizmga geometriya va harakat ajralmas elementlar bo'lib, uning har bir qattiq jismining nisbiy harakatini miqdoriy aniqlash imkonini beradi. Mashinalardan farqli o'laroq, mexanizmlar kuch yoki energiya o'tkazmaydi. Ma'lum bir tarzda, mexanizmlar mashinalar ishlashining nazariy abstraktsiyalari ideallashtirilgan va ularni o'rganish Mexanizmlar nazariyasi deb ataladigan amaliy fan bo'lib, u asosan geometriyani va geometrik shakllar bilan o'zaro bog'langan jismlarning harakatini o'rganishga qaratilgan. yuzalar, chiziqlar yoki nuqtalar.

Erkinlik darajasi juda keng tushuncha bo'lib, u bir nechta fanlarni o'z ichiga oladi va umumiy tizimlar nazariyasidan (GST) kelib chiqadi. Ushbu intizom 20-asrning o'rtalarida barcha turdagi real yoki uydirma tizimlarni izohlashga qodir bo'lgan tushunchalar va qonunlarni ishlab chiqishda innovatsion strategiya sifatida paydo bo'ldi [ 6 ]. Umumiy tizimlar nazariyasi biologiyada paydo bo'lganidan boshlab, asta-sekin boshqa fanlar qatorida kibernetika, xaos nazariyasi, mexanik tizimlar, axborot nazariyasi kabi turli xil bilim sohalariga tarqaldi. Bu xilma-xillik hal qilinishi kerak bo'lgan muammoning ehtiyojlariga ko'ra Umumiy tizimlar nazariyasining fanlararo qo'llanilishiga misoldir. Tizim ma'lum chegaralar yoki cheklovlar bilan boshqariladigan o'zaro bog'liq va o'zaro bog'liq qismlardan tashkil topgan ob'ektdir. Optimallashtirilgan tenglikka erishish maqsadida tizimning cheklovlarini muntazam ravishda kashf qilish umumiy tizimlar nazariyasining asosiy maqsadlaridan biridir. Tenglik ochiq tizimlarning o'ziga xos belgisi bo'lib, uning yordamida turli yo'llarni o'rganish orqali maqsadga erishiladi. Shu ma'noda, tenglik moslashuvchan va moslashuvchan xususiyatlarga ega. Tizimning erkinlik darajasi - bu tizim holatini aniqlash uchun zarur bo'lgan o'zgaruvchilar soni.

Qattiq jism tashqi kuchlar ta'sirida yuzaga keladigan kuchlanishlar ta'sirida deformatsiyalarga uchramaydigan jismdir, ya'ni qattiq jism hech qanday sharoitda nisbiy o'rinlari o'zgarmaydigan zarralar yoki nuqtalar sistemasi sifatida qaraladi. Qattiq jism - bu qattiq jismning idealizatsiyasi va tashqi kuchlar e'tiborga olinmaganligi sababli u kinematikani o'rganishda ajralmas elementga aylanadi. Qattiq jismning harakati bir parametrlilik izometriyalar guruhi tomonidan matematik

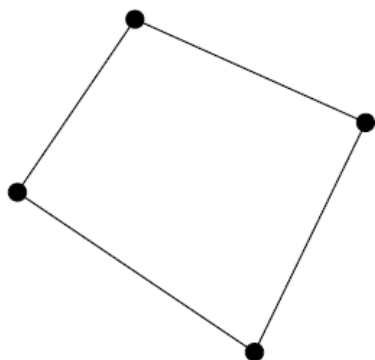


modellashtirilgan. Uniparametrik guruh o'lchami bitta bo'lgan Li guruhining kichik to'plamidir, izometriya esa nuqtalar orasidagi masofalar saqlanib qolgan ikkita metrik bo'shliq orasidagi matematik dasturdir. Tana deformatsiyasiz harakat qiladi va uning harakatchanligi erkinlik darajasiga mos keladi. Qattiq jismning erkinlik darajasi inertial sanoq sistemasiga nisbatan tekislikda yoki fazoda uning joylashuvi va yo'nalishini, pozitsiyasini aniqlash uchun zarur bo'lgan o'zgaruvchilar soniga mos keladi. Mustaqillik erkinlik darajasining sinonimidir. Masalan, qattiq jismning yo'nalishi uning holatiga bog'liq emas. Qattiq jismning erkinlik darajasini hisoblashda foydalaniladigan o'zgaruvchilar turiga hech qanday cheklovlar yo'q. Biroq, qattiq jismning erkinlik darajasi uni olishda qanday turdagi koordinatalar ishlatilishidan qat'i nazar, bir xil bo'ladi. Qattiq jismlar geometrik shakllar yordamida bog'langan bo'lsa, erkinlik darajalari aloqa turiga qarab yo'qoladi. Bundan tashqari, mexanizmda erkinlik darajasiga ega bo'lmagan qattiq qattiq jism mavjud. Aksincha, mexanizmda mexanizm ishlab chiqilgan funktsiyalarga muvofiq tartibli harakatlana oladigan kamida bitta qattiq jism mavjud. Qattiq jismning pozitsiyasi uning boshqa jismga yoki mos yozuvlar tizimiga nisbatan joylashishi va yo'nalishi deyiladi. Qattiq jismning olatini bilib, uni tashkil etuvchi har qanday zarrachaning holatini aniqlash mumkin.

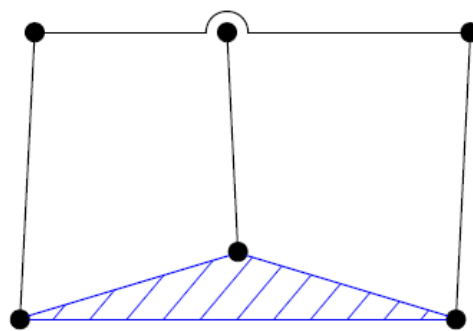
Kinematik zanjir ma'lum bir maqsad uchun oldindan o'ylab topilgan nisbiy sinxronlashtirilgan harakatlarni keltirib chiqaradigan kinematik juftlar bilan bog'langan barcha harakatchan bo'g'inlardan iborat. Kinematik zanjir yopiq halqalardan hosil bo'ladi.

Kinematik zanjirlar oddiy va murakkab, shu qadar sodda qilib tasniflanadi, 7.18- rasm . Kinematik zanjir faqat ikkilik bog'lanishlardan iborat bo'lsa, oddiy. Boshqa tomondan, kinematik zanjir kamida bitta ikkilik bo'lmagan aloqaga ega bo'lsa, murakkab hisoblanadi. Oddiy kinematik zanjirlar bitta yopiq halqadan iborat bo'lsa, murakkab kinematik zanjirlar ikkilik bo'lmagan bog'lanishlarni hisobga olgan holda, majburiy ravishda ikki yoki undan ortiq yopiq halqalardan iborat.

7.18 a -rasmda yopiq halqani tashkil etuvchi aylanma birikma yordamida bog'langan to'rtta ikkilik zvenolardan tashkil topgan oddiy kinematik zanjir ko'rsatilgan. 7.18 b -rasmda ikkita yopiq halqani tashkil etuvchi to'rtta ikkilik bog'lanish va bir uchlik zanjirdan iborat bo'lgan aylanma bo'g'inlar orqali bog'langan ikkita yopiq halqadan tashkil topgan murakkab kinematik zanjir ko'rsatilgan. Ikki mexanizm o'rtasidagi farq, bog'lanishlar va kinematik juftliklar soniga qo'shimcha ravishda, murakkab kinematik zanjirga uchlik zanjirning kiritilishidir.



Oddiy kinematik zanjir



Murakkab kinematik zanjir

### **Bibliografik ro'yhat:**

1. W.-H. Steeb, Continuous Symmetries, Lie Algebras, Differential Equations and Computer Algebra, Springer, 2007.
2. J.M. Rico, J. Duffy, Forward and inverse acceleration analyses of in-parallel manipulators, ASME Journal of Mechanical Design 122 (3) (2000) 299–303.
3. D. Jin, R. Zhang, H.O. Dimo, R. Wang, J. Zhang, Kinematic and dynamic performance of prosthetic knee joint using six-bar mechanism, Journal of Rehabilitation Research & Development 40 (1) (2003) 39–48.
4. C.W. Wampler, A.J. Sommese, Applying numerical algebraic geometry to kinematics, in: M.J. McCarthy (Ed.), 21st Century Kinematics, Springer, London, 2013, pp. 125–159.
5. Ш.Абдурахимов. Использование математических знаний при обучении студентов программированию. "Экономика и социум" №3(118) 2024