

УДК: 368.91

Исмамов Ўткир
“Олий математика” кафедраси ассистенти
Самарқанд иқтисодиёт ва сервис институти
Самарқанд, Ўзбекистан

ҲАЁТНИ СУҒУРТАЛАШДА ЯХЛИТЛАНГАН ҲАЁТ МУДДАТИ

Аннотация: Ушбу мақолада инсонларнинг ҳаёт давомийлиги тасодифий миқдор сифатида қаралган бўлиб, яхлитланган ҳаёт муддати ва унинг тақсимоли, ўртача яхлитланган ҳаёт муддати ва унинг сонли характеристикалари ўрганилган.

Калит сўзлар: Ҳаётни суғурталаш, ҳаёт давомийлиги, яхлитланган ҳаёт муддати, яшаш функцияси, математик кутилиш, дисперсия, тақсимот.

Исмамов Ўткир
Ассистент кафедраси “Высшей математики”
Самарқандский институт экономики и сервиса
Самарқанд, Ўзбекистан

ЖИЗНЬ В СТРАХОВАНИИ ЖИЗНИ

Аннотация: В этой статье ожидаемая продолжительность жизни человека рассматривается как случайная величина, и изучаются округленная продолжительность жизни и ее распределение, средняя округленная продолжительность жизни и ее числовые характеристики.

Ключевые слова: Страхование жизни, продолжительность жизни, округленная продолжительность жизни, функция выживаемости, математическое ожидание, дисперсия, распределение.

Суғурта - фуқаролар, ташкилотлар ва давлатнинг мулк манфаатларини ҳимоя системаси сифатида ҳозирги жамиятнинг зарур элементи ҳисобланади. У ижтимоий фаолиятнинг барча турларини

узлуксизлигини ҳамда маълум ҳодисалар натижасида суғурта ҳолатлари содир бўлганда кишилар ҳаёт даражасини, даромадларини сақлашни таъминлайди. Актуар ҳисоблар - бу статистика фанининг усуллари ва формулаларига, макро ва микроиқтисодий кўрсаткичларнинг молиявий-иқтисодий таҳлилига асосланган мураккаб математик ҳисоблардир. Актуар ҳисоб - китоблар демографик вазиятга, иқтисодиётнинг ҳолати ва унинг ривожланишининг узоқ муддатли прогнозларига, сиёсий вазиятга ва жамиятнинг тахминларини баҳолашга асосланган. Актуар ҳисобларда эҳтимоллик назарияси кенг қўлланилади. Актуар таҳлил эса суғурта компаниялари ва банклар фаолиятининг муҳим ва ажралмас қисмига айланган. Ҳозирги вақтда инсонлар ҳаётини суғурта қилиш оммалашиб бормоқда. Инсон ҳаётини суғурталашда ҳаёт давомийлиги, яхлитланган ҳаёт муддати ва ўртача яхлитланган ҳаёт муддати каби муҳим миқдорлардан фойдаланилади.

Одатда кишилар яшаган йиллар бутун сонлар билан ифодаланади. Суғурта компаниялари эса ҳаётни суғурта қилиш шартномаларини бутун ёшдаги йиллар учун тузадилар. Шунинг учун, одатдаги ҳаёт давомийлиги T_x билан бир қаторда унинг бутун қисмини ифодаловчи $K_x = [T_x]$ ифодани қараш мумкин. Шундай қилиб, агар масалан, $T_x = 19$ ёш 6 ойлик = 19.5 ёш бўлса, у ҳолда $K_x = 19$ ёш. K_x миқдор яхлитланган (кесилган) қолдиқ ҳаёт давомийлиги деб аталади. Яхлитлаш яқин бутун сонгача эмас, ҳамма вақт ками билан олинади (яъни берилган каср сондан кичик энг яқин бутун сонгача).

Яхлитланган ҳаёт муддати тақсимоти

K_x тасодикий миқдор фақат бутун қийматларни қабул қилади, унинг стохастик табиати (эҳтимоллар назариясида қабул қилинганидек) тақсимот функция билан эмас, тақсимот билан, яъни $P(K_x = k)$, $k = 0, 1, 2, \dots$ эҳтимоллар мажмуаси билан характерланади.

$\{K_x = k\}$ ходисалар $\{k \leq T_x < k+1\}$ га тенг кучли бўлгани учун

$$P(K_x = k) = P(k \leq T_x < k+1)$$

тенглик ўринли бўлади. $P(k \leq T_x < k+1)$ эҳтимол T_x тасодифий миқдор узлуксизлигига кўра $P(k < T_x \leq k+1)$ эҳтимолга тенг, у ${}_k|q_x$ каби белгиланади. K_x тасодифий миқдорнинг тақсимоти яшаб қолиш функцияси атамаларида қуйидаги кўринишда ифодаланади:

$$P(K_x = k) = \frac{s(x+k) - s(x+k+1)}{s(x)} = \frac{l_{x+k} - l_{x+k+1}}{l_x} = \frac{d_{x+k}}{l_x},$$

бу ерда $s(x)$ - яшаб қолиш функцияси, l_x - x ёшгача яшаган инсонлар сони.

K_x тасодифий миқдорнинг тақсимоти оламдан ўтиш атамаларида эса қуйидаги кўринишда ифодаланади:

$$P(K_x = k) = \exp\left(-\int_x^{x+k} \mu_u du\right) - \exp\left(-\int_x^{x+k+1} \mu_u du\right),$$

бу ерда μ_x ҳаётдан кўз юмиш интенсивлиги.

Яхлитланган ҳаёт муддати K_x тақсимот функцияси T_x ҳаёт аниқ муддати функция тақсимоти билан етарлича содда боғланган. $t = n + \tau$ бўлсин, бу ерда $0 \leq \tau < 1$ (шунинг учун $n = [t]$).

У ҳолда

$$P(K_x \leq t) = P(K_x \leq n) = P(T_x < n+1) = P(T_x < [t]+1).$$

Аввал T_x қолдиқ вақти ва суғурта назариясини бошланғич тасодифий миқдори T ҳаёт давомийлиги қаралган эди. Лекин $T = T_0$ бўлгани учун у ҳолда, хусусан, $K_0 = [T]$ яхлитланган ҳаёт муддати

тақсимоти

$$P(K_0 = k) = s(k) - s(k+1) = \frac{l_k - l_{k+1}}{l_0} = \frac{d_k}{l_0}$$

ёки

$$P(K_0 = k) = \exp\left(-\int_0^k \mu_u du\right) - \exp\left(-\int_0^{k+1} \mu_u du\right)$$

формула бўйича аниқланиши мумкин. $P(K_0 = k)$ нинг k га боғланиши тақрибан $f(k)$ ёрдамида тавсифланиши мумкин, бу ерда $f(x)$ – T тасодифий миқдор тақсимот зичлиги. Шундай қилиб, оламдан ўтиш эгри чизиғи яхлитланган ҳаёт муддати тақсимоти ҳақида ҳам тасаввур беради.

Ўртача яхлитланган ҳаёт муддати ва унинг дисперсияси

K_x тасодифий миқдорнинг математик кутилиши ўртача яхлитланган ҳаёт муддати деб аталади ва e_x деб белгиланади

$$e_x \equiv EK_x.$$

Тасодифий миқдор учун умумий формулага кўра

$$e_x = \sum_{k=1}^{\infty} kP(K_x = k).$$

У ҳолда e_x яшаб қолиш атамаларида:

$$e_x = EK_x = \frac{1}{s(x)} \sum_{k=1}^{\infty} s(x+k).$$

Шунга ўхшаш DK_x ни ҳисоблаш учун зарур иккинчи $E(K_x)^2$ момент учун:

$$E[K_x]^2 = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 P(K_x = k) = \frac{1}{s(x)} \sum_{k=1}^{\infty} (2k-1)s(x+k) = \frac{2}{s(x)} \sum_{k=1}^{\infty} ks(x+k) - e_x.$$

Янада қизикроқ рекуррент формула ўринли

$$e_x = p_x \cdot (1 + e_{x+1}),$$

Ундан ўртача яхлитланган ҳаёт муддатини ва яқин йил давомида оламдан ўтиш эҳтимолини боғловчи қуйидаги муносабат келиб чиқади:

$$q_x = \frac{1 + e_{x+1} - e_x}{1 + e_{x+1}}.$$

Бу муносабатни исботлаш учун аввало

$$e_x \equiv EK_x = \sum_{n=1}^{\infty} P(K_x \geq n) = \sum_{n=1}^{\infty} P(T_x \geq n)$$

еканлигини таъкидлаймиз. Лекин

$$P(T_x \geq n) \equiv {}_n p_x = p_x \cdot {}_{n-1} p_{x+1}.$$

Шунинг учун

$$e_x = p_x \sum_{n=1}^{\infty} {}_{n-1} p_{x+1} = p_x \sum_{n=0}^{\infty} {}_n p_{x+1} = p_x \cdot (1 + \sum_{n=1}^{\infty} {}_n p_{x+1}).$$

$\sum_{n=1}^{\infty} {}_n p_{x+1}$ йиғинди e_{x+1} га тенг.

Демак,

$$e_x = p_x \cdot (1 + e_{x+1}),$$

бундан:

$$p_x = \frac{e_x}{1 + e_{x+1}}.$$

Бу эса исботланаётган муносабатга тенг кучли.

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати

1. Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбитт С., Хикман Дж.. Актуарная математика, М: Янус-К, 2001. Бланд Д. Страхование: принципы и практика (пер. с англ.) - М., Финансы и статистика, 1998.
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. - М.: КНОРУС, 2010.
3. Воронина Н.Л. Англо-русский словарь страховых терминов / Н.Л.Воронина, Л.А.Воронин. - М.: ИРТИСС, 2001
4. Гербер Х. Математика страхования жизни – М.: Мир, 1995.