

Usmonov Navruz Muzaffarovich
Guliston davlat universiteti, Matematika
kafedrasi tayanch doktoranti.

ORCID: 0009-0007-9684-4310

MAPLE PAKETI ORQALI ODDIY VA XUSUSIY HOSILALI DIFFERENSIAL TENGLAMALARINI YECHISH

Annotatsiya: Ushbu maqolada zamonaviy axborot texnologiyalaridan, xususan, Maple dasturidan foydalanib matematik masalalarni yechish usullari keltirilgan. Maple dasturidan foydalanib, oddiy differensial tenglamalar, xususiy hosilali differensial tenglamalar, matematik-fizika tenglamalari kabi masalalarni oson va aniq yechish mumkin. Maple dasturi boshqa dasturlardan sodda funksiyalari, buyruqlarining oddiyliigi hamda tayyor formulalar, amallar va simvollarni o'z ichiga olishi bilan ajralib turadi. Maple dasturida funksiya grafiklarini istalgan oraliqlarda qurish, bir nechta grafikni bitta koordinatalar sistemasida joylashtirish va solishtirish, hamda grafiklarning rangini belgilash imkoniyatlari mavjud. Bundan tashqari, Maple dasturi yordamida differensial tenglamalar va matematik-fizika tenglamalarining taqribiy yechimlarini topishda va sonli yechimlarni olishda keng foydalanish mumkin. Qadamma-qadam operatsiyalarni amalga oshirishda Maple dasturi yuqori darajadagi qulaylik va samaradorlikni ta'minlaydi. Ushbu dastur olimlar va mutaxassislar tomonidan murakkab matematik modellarni tez va aniq sonli yechimlarini topish uchun muhim vosita hisoblanadi. Maple dasturi nazariy izlanishlarni amaliyotda sinab ko'rish va yangi bilimlar olish uchun juda katta ahamiyatga ega.

Kalit so'zlar: Maple paketi, differentsiallashtirish operatori, hisoblash operatori, hosila, xususiy hosila, taqqoslash metodi, standart funksiyalar.

Усмонов Навруз Музаффарович
Гулистанский государственный
университет, факультет «Математика»,
докторант.

ORCID: 0009-0007-9684-4310

РЕШЕНИЕ ОБЫЧНЫХ И ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ПАКЕТА MAPLE

Аннотация: В данной статье представлены методы решения математических задач с использованием современных информационных технологий, в частности, программы Maple. С помощью программы Maple можно легко и точно решать такие задачи, как обыкновенные

дифференциальные уравнения, уравнения в частных производных, математико-физические уравнения. Программа Maple отличается от других программ простыми функциями, простотой команд, а также включением готовых формул, операций и символов. Программа Maple имеет возможность строить графики функций через любые промежутки времени. размещать и сравнивать несколько графиков в одной системе координат, а также задавать цвет графиков. Кроме того, программа Maple может широко использоваться для поиска приближенных решений дифференциальных уравнений и математико-физических уравнений и получения численных решений. Программа Maple обеспечивает высокий уровень удобства и эффективности выполнения пошаговых операций. Эта программа является важным инструментом для ученых и специалистов, позволяющим находить быстрые и точные численные решения сложных математических моделей. Программа Maple очень важна для проверки теоретических исследований на практике и получения новых знаний.

Ключевые слова: Пакета Maple, оратор дифференцирования, оратор вычисления, производная, специальная производная, метод сравнения, стандартные функции.

KIRISH. Bugungi kunda yoshlarni kelajak jamiyatning faol quruvchilari bo'lishga tayyorlashda ularni fan va texnikaning eng ilg'or yutuqlari hamda kuchli bilimlar bilan qurollantirish juda muhimdir. Olingan bilimlarni amaliyotda qo'llay bilish, zamonaviy texnikalar va axborot texnologiyalaridan samarali foydalanish – bu jarayonning asosiy talablaridan biridir. Mamlakatimiz taraqqiyotini ta'minlash yo'lida davlat siyosati yoshlarni har jabhada yetuk mutaxassis darajasiga olib chiqishga qaratilgan bo'lib, ta'lim sohasida kompyuter va axborot texnologiyalaridan foydalanishga katta e'tibor qaratilmoqda. Shu sababli, har bir o'qituvchi va talaba, shuningdek, har qanday soha mutaxassisi bo'lishni istagan shaxs, kompyuter va axborot texnologiyalaridan foydalanishni mukammal o'rganishi kerak.

Maple matematik dasturining asosiy vazifasi – har xil turdagi masalalarni yechishda foydalanuvchilarni an'anaviy dasturlash tillariga nisbatan ko'proq imkoniyatlar bilan ta'minlashdir. Ushbu dastur orqali matematik masalalarni analitik va sonli yechish mumkin. Maple tizimida funksiyalar, o'zgaruvchilar va ifodalarni sodda va qulay tarzda ishlatish mumkin. Maple dasturining dasturlash tillari bilan integratsiyasi uni yanada kengaytiradi va kuchaytiradi.

Maple matematik dasturi amaliy fanlarda uchraydigan matematik masalalarni yechishga mo'ljallangan zamonaviy tizimlardan biridir. Matematika, amaliy matematika, fizika va umumiy texnika fanlari bo'yicha ta'lim olayotgan talabalar uchun Maple tizimida ishlashni o'rgatish samarali hisoblanadi. Maple tizimida dasturlashning boshlang'ich tushunchalari, ya'ni Maple elementlarini o'rganish muhim ahamiyatga ega. Maple dasturida ob'ektlar, o'zgaruvchilar va ifodalardan foydalanib matematik amallarni bajarish mumkin. Ushbu dastur orqali sonlar, o'zgaruvchilar va satrlar kabi oddiy ob'ektlar bilan ishlash mumkin.

Shunday qilib, Maple dasturidan foydalanish orqali talabalarning matematik bilim va ko'nikmalarini rivojlantirish, nazariy bilimlarni amaliyotda qo'llash va yangi

bilimlar olish imkoniyati yaratiladi. Maple tizimida dasturlash o'rganish har qanday soha mutaxassisi uchun ham foydali bo'ladi. [1, 260].

TADQIQOT METODOLOGIYASI. Maple dasturida dasturlashga mo'ljallangan alohida mavzularni o'rgatishda taqqoslash metodidan foydalanish yuqori samaradorlik beradi. Taqqoslash metodi deganda, o'rganilayotgan ob'ektdagi narsalarning o'xshash va farqli tomonlarini aniqlash tushuniladi. Darsda taqqoslash metodini o'rganilayotgan mavzu materiallariga tatbiq etishda quyidagilar hisobga olinadi:

- Taqqoslanayotgan tushunchalar bir jinsli bo'lishi kerak.
- Taqqoslash, o'rganilayotgan ob'ektdagi narsalarning asosiy xossalariga nisbatan bo'lishi kerak.

Masalan, Maple matematik dasturining alifbosi, konstantalar, o'zgaruvchilar, turlar va ifodalar mavzusini o'rgatishda talabalarning avval Pascal matematik dasturining alifbosi, sodda va murakkab operatorlarini o'rganganligini hisobga olib, Maple dasturida dasturlashni o'rgatayotganda uning alifbosini taqqoslab tushuntirish maqsadga muvofiqdir. Bu yerda, Pascal dasturlash matematik tili kabi, Maple matematik dasturi ham o'z alifbosiga ega ekanligini va farqli tomonlarini kursatish lozim. Maple matematik dasturining alifbosida, Pascal dasturlash tilidan farqli ravishda, darajaga ko'tarish belgisi “^” mavjud.

Maple dasturida dasturlashni o'rgatish juda samarali bo'lib, talabalarga boshlang'ich tushunchalarni, ya'ni Maple elementlarini o'rganishni o'z ichiga oladi. Maple tizimida ob'ektlar, o'zgaruvchilar va ifodalar asosiy tushunchalar hisoblanadi. Ob'ekt va o'zgaruvchilar yordamida matematik amallarni bajarish va ifodalar tuzish mumkin. Maple dasturi talabalarga matematika va fizika sohasida zamonaviy texnologiyalarni amaliyotda qo'llash imkoniyatini beradi.

Shu bilan birga, Maple dasturidan foydalanish orqali murakkab matematik modellarni yechish, boshlang'ich va chegaraviy shartlarni qo'llash hamda sonli yechimlarni olishda yuqori darajada qulaylik va samaradorlik ta'minlanadi. Ushbu dastur orqali ilmiy tadqiqotlarda, muhandislik sohasida va ta'lim jarayonida samarali natijalarga erishish mumkin.

Maple matematik paketining ba'zi maxsus simvollari (belgilari) tarkibiga quyidagilar ham kiradi:

- % — avvalgi amal natijasiga murojaatni ifodalovchi simvol;
- : — hisoblash natijasini displeyga chiqarishni anglatuvchi simvol;
- ; — hisoblash natijasini chiqarish sohasiga chiqarish kerakligini ko'rsatuvchi simvol;
- # — dasturda izoh yozilgan ekanligini anglatuvchi belgi;
- " — satrni chegaralovchi simvol (masalan, "bu satr");
- := — qiymatlash operatori (masalan, x:=1);
- :: — bo'sh operator;
- :: — o'zgaruvchining tipini ko'rsatuvchi belgi (typematch **buyrug'ida ishlatiladi**)

\ — (backs lash) teskari bo'lish belgisi; dasturda turli ma'nolarga ega bo'lishi mumkin.

Maple da konstantalar (o'zgarmlar), o'zgaruvchilar, tiplar va ifodalar mavjud. Ma'lumotlar butun qiymatli, suzuvchi vergulli (haqiqiy) son, kasr tipida, ro'yxat, to'plam, massiv, jadval, vektor, matritsa va h.k. tiplarda bo'ladi. Bundan tashqari, band qilingan simvollar ham mavjud [2, 60].

constants — konstantalar: **false, gamma, infinity, true, Catalan, FAIL, Pi false** — matematik mantiq (Bul) ifodasining yolg'on (noto'g'ri) qiymat qabul qilganligini anglatuvchi konstanta.

Bundan tashqari, foydalanuvchining o'zi ham tiplar e'lon qilishi (tuzishi) mumkin. Maple da o'zgaruvchilar nom (ism, identifikator)ga va tipga ega bo'ladi. O'zgaruvchining nomi lotin alfavitining harfidan boshlangan ixtiyoriy simvollar ketma-ketligidir; bunda Maple band kilgan nomlar (**Pi, I, sin, cos, ...**) ishlatilmasligi lozim. Nomlarda katta va kichik harflar farqlanadi.

Standart funksiyalar. Ba'zi asosiy standart funksiyalarga quyidagilar kiradi:

Kvadrat ildiz, \sqrt{x} : `sqrt(x)` yoki $x^{(1/2)}$ yoki $x^{**}(1/2)$

n - darajali ildiz, $\sqrt[n]{x}$: `surd(x,n)` yoki $x^{(1/n)}$

e asosli eksponensial (ko'rsatkichli) funksiya ($e=2.7182818\dots$),

e^x : `exp(x)`

a asosli logarifm, $\log_a x$: `log[a](x)`,

natural logarifm, $\ln x$: `ln(x)`

Trigonometrik funksiyalar: `sin(x), cos(x), tan(x), cot(x), sec(x), csc(x)`;

Giperbolik funksiyalar: `sinh(x), cosh(x), tanh(x), coth(x), scch(x), csch(x)`;

Teskari trigonometrik funksiyalar: `arcsin(x), arccos(x), arctan(x), arccot(x), arcsec(x), arccsc(x)`,

Teskari giperbolik funksiyalar: `arcsinh(x), arccosh(x), arctanh(x), arccoth(x), arcsech(x), arcesch(x)`.

Absolyut qiymat (modul), $|x|$: `abs(x)`.

NATIJARLAR VA MUHOKAMA. Maple paketida funksiyalar ustida hosila olish, integrallash, grafigini chizish va shunga o'xshash turli amallarni ham bajarish mumkin. Misol uchun $f(x)$ funksiya berilgan bo'lsin:

$f := x^3 + \sqrt{\ln(x^2+1)} + \sqrt{y} \ln(\cos(x))$;

$f(x) = x^3 + \sqrt{\ln(x^2+1)} + \sqrt{y} \ln(\cos(x))$

$\hookrightarrow \text{diff}(f, x)$;

$$3x^2 + \frac{x}{\sqrt{\ln(x^2+1)}(x^2+1)} - \frac{\sqrt{y} \sin(x)}{\cos(x)}$$

Bu amal $f(x)$ funksiyadan x bo'yicha birinchi tartibli hosila olishni ifodalaydi [6, 45-88]. Agar $f(x)$ funksiyadan ikkinchi yoki undan yuqori tartibli hosila olishni amalga oshirmoqchi bo'lsak, biz \$ belgisidan foydalanamiz:

$\hookrightarrow \text{diff}(f, x \$2)$;

$$6x - \frac{x^2}{\ln(x^2+1)^{3/2} (x^2+1)^2} + \frac{1}{\sqrt{\ln(x^2+1)} (x^2+1)} - \frac{2x^2}{\sqrt{\ln(x^2+1)} (x^2+1)^2} - \sqrt{y} - \frac{\sqrt{y} \sin(x)^2}{\cos(x)^2}$$

Agar $f(x)$ funksiyadan avval x bo'yicha hosila olib, chiqqan natijadan y bo'yicha hosila olmoqchi bo'lsak, quyidagicha buyruq kiritishimiz kerak bo'ladi:

$\text{diff}(f, x, y)$;

Buni Maple paketi o'zi avtomatik hisoblab, quyidagi natijani ekranga chiqaradi:

$$\frac{1}{2} \frac{\sin(x)}{\sqrt{y} \cos(x)}$$

Maple muhitida hosilani hisoblash uchun ikkita buyruq mavjud:

a) to'g'ridan-to'g'ri bajarish – **diff(f,x)**, bu yerda **f** – differensiallanayotgan funksiya, **x** – differensiallash amalga oshirilayotgan o'zgaruvchining nomi.

b) amalga oshirishni bekor qilish – **Diff(f,x)**, bu yerda buyruq parametrlari yuqoridagidek. Bu buyruqning bajarilishi hosilani $\frac{\partial}{\partial x} f(x)$ analitik yozuv ko'rinishida ifodalaydi.

Differensiallashdan keyin hosil bo'lgan ifodani soddalashtirish maqsadga muvofiq bo'ladi. Buning uchun sizga natija qanday ko'rinishda kerakligiga qarab **simplify**, **factor** yoki **expand** buyruqlari ishlatiladi. Masalan:

> **Diff(sin(x^2),x)=diff(sin(x^2),x);**

$$\frac{\partial}{\partial x} \sin(x^2) = 2 \cos(x^2) x$$

Yuqori tartibli hosilalarni hisoblashda parametrda **x\$n** ni ko'rsatish kerak bo'ladi, bu yerda **n** – hosila tartibi, **masalan:**

> **Diff(cos(2*x)^2,x\$4)=diff(cos(2*x)^2,x\$4);**

$$\frac{\partial^4}{\partial x^4} \cos(2x)^2 = -128 \sin(2x)^2 + 128 \cos(2x)^2$$

Olingan ifodani ikki xil usul bilan soddalashtirish mumkin:

> **simplify(%);**

$$\frac{\partial^4}{\partial x^4} \cos(2x)^2 = 256 \cos(2x)^2 - 128$$

> **combine(%);**

$$\frac{\partial^4}{\partial x^4} \left(\frac{1}{2} \cos(4x) + \frac{1}{2} \right) = 128 \cos(4x)$$

Differensiallash operatori.

Differensiallash operatorini aniqlash uchun quyidagi buyruq ishlatiladi:

D(f) – bunda **f**-funksiya [3, 170].

Masalan:

> **D(sin(x));**

cos(x)

Berilgan nuqtada hosilani hisoblash:

> **D(sin)(Pi):eval(%);**

-1

Differensiallash operatori funksional operatorlarga qo'llaniladi.

> **f:=x->ln(x^2)+exp(3*x):**

> **D(f);**

$$x \rightarrow 2 \frac{1}{x} + 3 e^{(3x)}$$

Misol.

1. $f(x) = \sin^3 2x - \cos^3 2x$ hosilasini hisoblang.

> **Diff(sin(2*x)^3-cos(2*x)^3,x)=diff(sin(2*x)^3-cos(2*x)^3,x);**

$$\frac{\partial}{\partial x} (\sin(2x)^3 - \cos(2x)^3) = 6 \sin(2x)^2 \cos(2x) + 6 \cos(2x)^2 \sin(2x)$$

2. Hisoblang $\frac{\partial^{24}}{\partial x^{24}} e^x (x^2 - 1)$. Quyidagilarni tering:

> **Diff(exp(x)*(x^2-1),x\$24)=diff(exp(x)*(x^2-1),x\$24): collect(%,exp(x));**

$$\frac{\partial^{24}}{\partial x^{24}} e^x (x^2 - 1) = (x^2 + 551 + 48x) e^x$$

3. $x = \pi/2$ va $x = \pi$ nuqtalarda $y = \sin^2 x / (2 + \sin(x))$ funktsiyaning ikkinchi hosilasini hisoblang.

> **y:=sin(x)^2/(2+sin(x)): d2:=diff(y,x\$2): x:=Pi; d2y(x)=d2;**

x:=pi d2y(pi)=1

> **x:=Pi/2; d2y(x)=d2;**

$$x := \frac{1}{2} \pi \quad d2y\left(\frac{1}{2} \pi\right) = \frac{-5}{9}$$

Xususiy hosilalar.

$f(x_1, \dots, x_m)$ funktsiyaning xususiy hosilasini hisoblash uchun bizga ma'lum bo'lgan **diff** buyrug'idan foydalaniladi. Bunday holda bu buyruq quyidagicha ko'rinishga ega bo'ladi: **diff(f,x1\$1,x2\$2,..., xm\$nm)**, bu yerda x_1, \dots, x_m – differensiallash amalga oshiriladigan o'zgaruvchilar, \$ belgidan keyin mos differensiallash tartibi ko'rsatilgan [4, 60], [7, 15-58].

Masalan, xususiy hosila $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ quyidagicha yoziladi: **diff(f,x,y)**.

Misollar:

1. $f = \arctg \frac{x}{y}$ funksiya uchun $\frac{\partial f}{\partial x}$ va $\frac{\partial f}{\partial y}$ ni toping.

> **f:=arctan(x/y): Diff(f,x)=simplify(diff(f,x));**

$$\frac{\partial}{\partial x} \arctan\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{y}{y^2 + x^2}$$

> **Diff(f,y)=simplify(diff(f,y));**

$$\frac{\partial}{\partial y} \arctan\left(\frac{x}{y}\right) = -\frac{x}{y^2 + x^2}$$

2. $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}$ funksiyaning 2-tartibli barcha xususiy hosilasini toping.

> **restart; f:=(x-y)/(x+y):**

> **Diff(f,x\$2)=simplify(diff(f,x\$2));**

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{x-y}{x+y} = -4 \frac{y}{(x+y)^3}$$

> **Diff(f,y\$2)=simplify(diff(f,y\$2));**

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \frac{x-y}{x+y} = 4 \frac{x}{(x+y)^3}$$

> **Diff(f,x,y)=diff(f,x,y);**

$$\frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \frac{x-y}{x+y} = 2 \frac{x-y}{(x+y)^3}$$

XULOSA VA TAKLIFLAR . Ushbu maqolada biz oddiy va xususiy hosilali differensial tenglamalarni Maple dasturidan foydalanib yechish usullarini ko‘rib chiqdik. Bunda, tenglamaning boshlang‘ich va chegaraviy shartlarini qo‘llab, ularning yechimlarini topish mumkinligini ko‘rsatdik. Maple dasturi yordamida yechimlarni topish jarayoni juda oson va samarali bo‘lib, u sodda funksiyalari, buyruqlarining osonligi va dastur ichidagi tayyor formulalar, amallar va simvollar mavjudligi bilan ajralib turadi.

Maple dasturida standart funksiyalarni taqqoslab tushuntirish imkoniyati mavjud bo‘lib, bu o‘qituvchilar uchun qulaydir. Shuningdek, Maple matematik paketida avvaldan aniqlangan ko‘plab funksiyalar mavjud bo‘lib, ular matematik modellashtirish va hisoblashlar uchun katta yordam beradi.

Yuqorida ko‘rib chiqilgan barcha tushunchalar Maple tizimida dasturlashni o‘rganish uchun boshlang‘ich asos bo‘lib xizmat qiladi. Talabalar Maple dasturida yechilishi lozim bo‘lgan masalalarni dasturlash orqali dastlabki bilimlarini oshirishlari mumkin. Maple dasturidan foydalanish orqali talabalar matematik tenglamalarni yechish bilan bog‘liq bilim va ko‘nikmalarini rivojlantirishlari mumkin. Bu dastur nafaqat nazariy bilimlarni, balki amaliy ko‘nikmalarni ham mustahkamlashga yordam beradi.

Umuman olganda, Maple dasturidan foydalanish matematik tenglamalarni yechishda katta imkoniyatlar yaratadi. Bu dastur matematik masalalarni yechish jarayonini soddalashtiradi va o‘qitish samaradorligini oshiradi. Shuning uchun, Maple dasturidan foydalanishni yanada kengaytirish va uni matematik ta‘lim tizimiga joriy qilish lozim. Bu, o‘z navbatida, talabalar va mutaxassislarining matematik bilimlarini chuqurlashtirishga xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. O‘zbekiston Respublikasi Xalq ta‘limi tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida, O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining Farmoni, 29.04.2019 yildagi PF-5712-son.
2. O‘zbekiston Respublikasi prezidentining 2019 yil 7 fevraldagi PF-4947-sonli “O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha Harakatlar strategiyasi to‘g‘risida”gi farmoni.
3. O‘zbekiston Respublikasi prezidentining 2019 yil 8 oktabrdagi “O‘zbekiston Respublikasi oliy ta‘lim tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5847-son Farmoni.
4. С.Е.Савотченко, Т.Г.Кузмичева. Методы решения математических задач в

- Maple, Учебное пособие - Белгород: Изд. Белаудит, 2001. - 116 с;
5. I.R.Tulaganov, A.A.Normatov. Matematikadan praktikum. Pedagogika institutlari talabalari uchun o'quv qo'llanma. 2-nashri. T: "O'qituvchi", 1989-y.
 6. Yo.Soatov. "Oliy matematika". I, II-qism, T. «Uzbekistan», 1983 y;
 7. Sh.I.Tojiev "Oliy matematikadan masalalar yechish". T.: «Uzbekistan», 2002 y;
 8. Aminov I.B., Nurmamatov M. - Maple muhitida matematik masalalarni yechish. Uslubiy qo'llanma. – SamDU, Samarqand, 2017 yil;
 9. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1979 (5-е издание);
 10. Ya.Muxtarov, A.Soleyev. Oddiy differensial tenglamalar. Misol va masalalar. Darslik.-Samarqand: SamDU, 2020;
 11. R.X.Ayupov. Ixtisoslashgan dasturiy vositalar. O'quv-Uslubiy majmua. Toshkent.: 2019 yil. -365 yil.
 12. Mirzakarimov E. M. Oliy matematika fanidan laboratoriya ishlarini MAPLE dasturida bajarish. Tafakkur bo'stoni.-Toshkent.: 2018 yil, -208 bet.
 13. Yadgarova L.D., Ergasheva D.B. "Axborot texnologiyalarining matematik paketlaridan matematika fanini o'qitishda foydalanish imkoniyatlari". Scientific reports of Bukhara state university. 2023/10 (104), 291-295 bet.
 14. Nafasov, G., Xudoyqulov, R., & Usmonov, N. (2023). DEVELOPING LOGICAL THINKING SKILLS IN MATHEMATICS TEACHERS THROUGH DIGITAL TECHNOLOGIES. Евразийский журнал технологий и инноваций, 1(5 Part 2), 229-233.